УДК 629.113
2.5.11. Наземные транспортно-технологические средства и комплексы



А.А. Луковников
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

ПРЕИМУЩЕСТВА ПРИМЕНЕНИЯ СКОЛЬЗЯЩЕГО РЕЖИМА УПРАВЛЕНИЯ В АНТИБЛОКИРОВОЧНЫХ СИСТЕМАХ АВТОМОБИЛЕЙ

В данной статье описано применение порогового регулятора и регулятора скользящего режима управления в антиблокировочных системах автомобилей, произведен синтез регулятора скользящего режима управления на основе уравнений динамики процесса торможения автомобиля. С помощью программного пакета MATLAB/Simulink проведены симуляции работы антиблокировочной системы при экстренном торможении с применением порогового регулятора и регулятора скользящего режима управления. На основе результатов симуляций показаны преимущества использования регулятора скользящего режима управления.

Антиблокировочная система, АБС, Simulink, пороговое регулирование, скользящий режим управления, алгоритмы управления.

Эффективность и надежность тормозной системы автомобиля, ее эргономичность, удобство и легкость управления ею являются одними из ключевых факторов в системе активной безопасности. Для сохранения управляемости и курсовой устойчивости транспортного средства, а также улучшения характеристик процесса торможения была создана антиблокировочная система (АБС) [1].

Изначально такие системы разрабатывались в авиастроении, серийные самолеты стали оснащать ими во второй половине 40-х годов XX века. В 60-х годах АБС механического и электромеханического типа начали применять на автомобилях высшего класса, однако устройство таких систем было сравнительно примитивным и не удовлетворяло требованиям гибкого изменения параметров торможения в зависимости от внешних воздействий. Развитие электроники и микропроцессорной техники повлекло за собой взрывное развитие АБС в 80-х годах и позволило существенно повысить качество работы этих систем [1].

В настоящее время АБС оснащаются подавляющее большинство автомобилей (а также некоторые мотоциклы), а действующие в ряде стран регламенты о безопасности дорожного движения устанавливают обязательное наличие АБС на новых автомобилях [1].

В большинстве случаев в современных АБС используется проверенный десятилетиями классический алгоритм работы, основанный на вычислении в реальном времени величины относительного скольжения колес λ по опорной поверхности, сравнении ее с эталонным значением $\lambda_{опт} = 0{,}2$ и формировании сигнала ошибки для порогового контроллера как разницы этих двух параметров [2, с. 1261]. Относительное скольжение вычисляется по формуле [1]:

$$\lambda = \frac{v_x - \omega r}{v_x}, \qquad (1)$$

где v_x – линейная скорость автомобиля, м/с, ω – угловая скорость вращения колеса, рад/с, r – свободный радиус колеса, м.

От величины относительного скольжения λ зависит значение коэффициента сцепления μ колеса по опорной поверхности. Эта зависимость имеет нелинейный характер, описывает ее формула Пасейка [1]:

$$\mu(\lambda) = D\sin(C\operatorname{arctg}(B\lambda - E(B\lambda - \operatorname{arctg}(B\lambda)))), \qquad (2)$$

Коэффициенты в уравнении (2):
– B – коэффициент жесткости;
– C – коэффициент формы кривой трения;
– D – максимальное значение функции коэффициента трения;
– E – показатель кривизны кривой трения.

Коэффициенты варьируются в зависимости от состояния опорной поверхности (табл. 1).

Таблица 1

Коэффициенты уравнения модели Пасейка [1]

Состояние опорной поверхности	***B***	***C***	***D***	***E***
Сухой асфальт	10	1,9	1	0,97
Мокрый асфальт	12	2,3	0,82	1
Покрытая снегом дорога	5	2	0,3	1
Лед	4	2	0,1	1

Применение пороговых регуляторов сопряжено с колебаниями тормозного момента существенной амплитуды. Из-за этих колебаний происходит также колебание коэффициента сцепления (рис. 1).

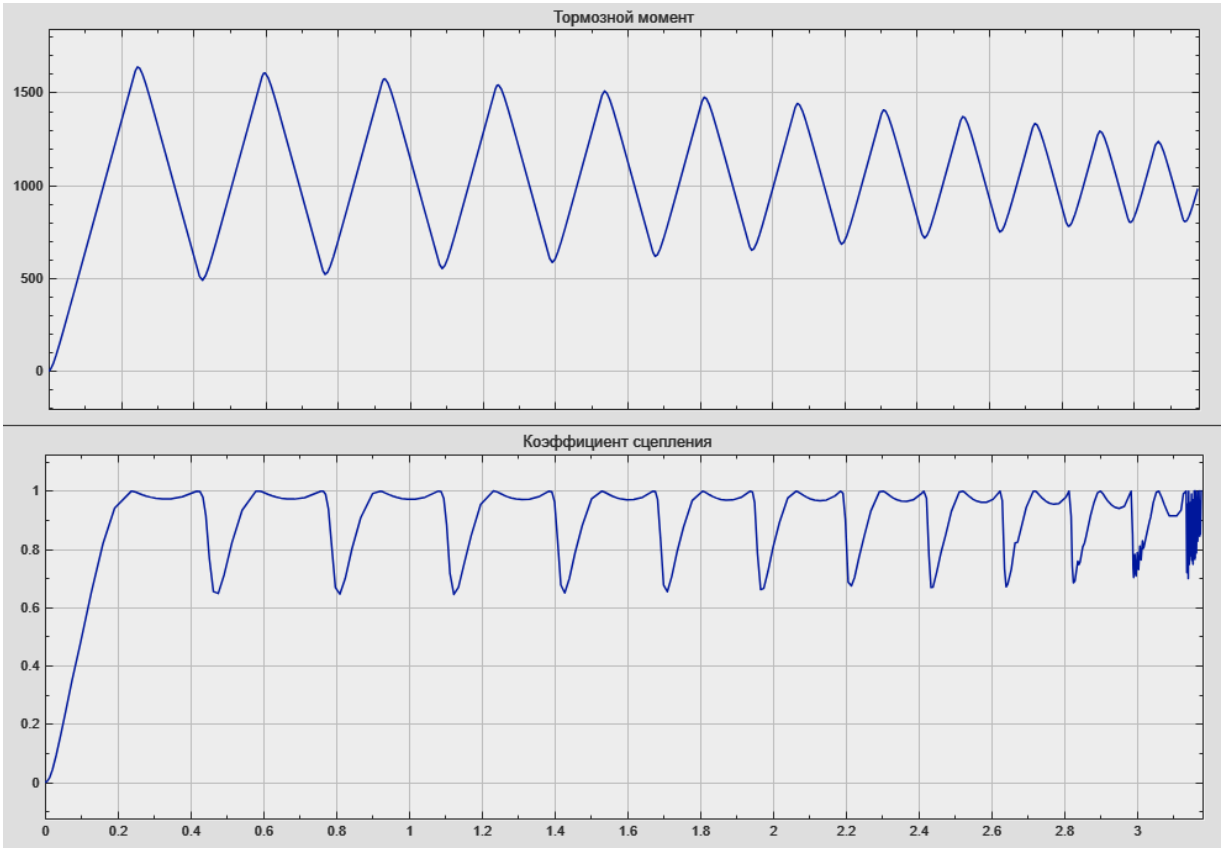


Рис. 1. График изменения тормозного момента и коэффициента сцепления при пороговом регулировании

Такие знакопеременные колебания приводят к неполному и неэффективному использованию сцепных свойств системы, а также негативно сказываются на элементах тормозной системы и вызывают дискомфорт у находящихся в салоне автомобиля людей.

Существуют различные подходы в управлении для нивелирования указанного недостатка. Одним из них является скользящий режим управления (*Sliding Mode Control, SMC*). Этот метод относится к принципу управления, в котором управляющие воздействия являются разрывными функциями координат рассматриваемых систем и внешних воздействий. Исследование таких систем в большинстве случаев осуществляется на основе метода фазового пространства. Фазовые представления движения предполагают, что состояние системы характеризуется положением изображающей точки в пространстве, по осям которого отложены координаты системы. По виду траекторий изображающей точки, называемых фазовыми, можно судить о свойствах рассматриваемой динамической системы. Выбирая соответствующим образом управляющие воздействия, можно так деформировать фазовые траектории, чтобы наделить желаемыми свойствами протекающие в системе процессы [3, с. 11].

Задача синтеза в системах с разрывными управляющими воздействиями обычно сводится к выбору поверхностей в фазовом пространстве, на которых функции управления претерпевают разрывы. При выполнении определенных соотношений в таких системах может возникнуть специфический вид движений – так называемый скользящий режим, предложенный в середине XX века и развитый В.И. Уткиным в 1970-х годах. Скользящий режим, например, может возникнуть, если в окрестности поверхности, на которой функция управления претерпевает разрывы, фазовые траектории направлены навстречу друг другу (рис. 2). После попадания на поверхность разрыва изображающая точка не может в течение любого, даже сколь угодно малого, но конечного интервала времени двигаться по любой из траекторий, примыкающих к этой поверхности. Это объясняется тем, что при любом смещении всегда возникает движение, возвращающее изображающую точку на поверхность разрыва [3, с. 12].

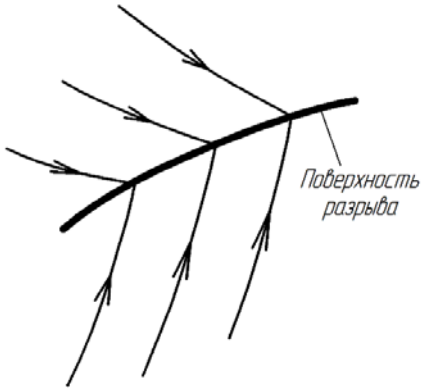


Рис. 2. Поверхность разрыва и направления фазовых траекторий у нее [3]

Таким образом, в рассматриваемой системе изображающая точка может двигаться лишь вдоль поверхности разрыва; это движение принято называть

скользящим режимом. Стоит отметить, что выше дано описание идеальной модели скользящего режима. В реальных системах устройства, осуществляющие скачкообразное изменение функции управления на поверхности разрыва, всегда обладают малыми неидеальностями (запаздывание, гистерезис и т.д.). При возникновении описанной ситуации наличие этих неидеальностей приведет к тому, что переключения управляющего воздействия будут происходит с конечной частотой, а изображающая точка будет совершать колебания в некоторой окрестности поверхности разрыва [3, с. 12]. Это явление носит название «дребезг».

Скользящий режим управления получил широкое применение в нелинейных системах благодаря быстрому отклику на изменения параметров системы, высокой робастности, высоким показателям скорости и точности реакции на отклонение параметров. В силу того, что динамика автомобиля является системой с высокой степенью нелинейности, с конца XX века и по настоящее время многие исследователи в области автомобилестроения проявляют интерес к применению скользящего режима управления в АБС [4–6].

Моделирование работы системы требует синтеза контроллера скользящего режима. Для разработки такого контроллера рассмотрим модель четверти автомобиля (*Quarter car model*) (рис. 3).

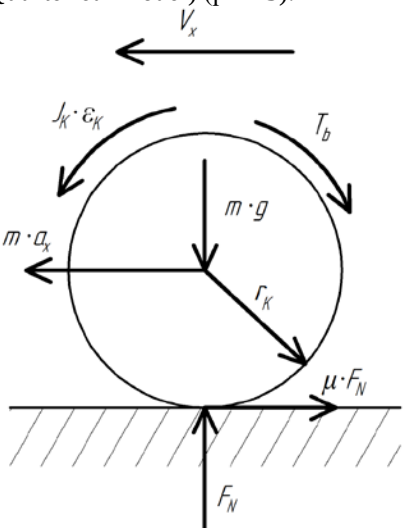


Рис. 3. Модель процесса торможения колеса [1]

Силы, действующие на колесо в направлении движения автомобиля при торможении, описываются уравнением:

$$ma_x = -\mu(\lambda)F_N, \tag{3}$$

где $F_N = mg$ – сила реакции опоры, Н; m – масса автомобиля, приходящаяся на колесо, кг; μ – коэффициент сцепления колес с опорной поверхностью; a_x – замедление автомобиля, м/с^2; g – ускорение свободного падения, м/с^2.

Баланс моментов относительно оси колеса:

$$J_к\varepsilon_к = T_\mu - T_b, \tag{4}$$

где $J_к$ – момент инерции колеса, кг·м^2; $\varepsilon_к$ – угловое ускорение колеса, рад/с^2; $T_\mu = \mu(\lambda)rF_N$ – момент, возможный по сцеплению колеса с опорной поверхностью, Н·м; r – свободный радиус колеса, м; T_b – тормозной момент, Н·м.

Выражая ускорения как производные от скорости и решая относительно них уравнения (3) и (4), получим:

$$\begin{cases} \dot{v}_x = -\mu(\lambda)g \\ \dot{\omega} = \dfrac{\mu(\lambda)rmg - T_b}{J_к}. \end{cases} \tag{5}$$

Для удобства перепишем здесь уравнение (1):

$$\lambda = \frac{v_x - \omega r}{v_x} = 1 - \frac{\omega r}{v_x}, \tag{6}$$

Для синтеза регулятора необходимо определить уравнение, связывающее производную относительного скольжения $\dot{\lambda}$ с управляющим тормозным моментом T_b. Чтобы получить это уравнение, продифференцируем уравнение (6):

$$\dot{\lambda} = -\frac{r\dot{\omega}v_x - r\omega\dot{v}_x}{v_x^2} = -\frac{r\dot{\omega}}{v_x} + \frac{r\omega\dot{v}_x}{v_x^2}, \tag{7}$$

Из системы уравнений (5) поставим в (7) $\dot{v}_x$ и $\dot{\omega}$:

$$\dot{\lambda} = -\frac{r}{v_x}\left(\frac{\mu(\lambda)rmg - T_b}{J_к}\right) + \frac{r\omega}{v_x^2}(-\mu(\lambda)g), \tag{8}$$

Используя уравнение (6), можно выразить ωr:

$$\omega r = v_x(1 - \lambda). \tag{9}$$

Тогда, после подстановки и перегруппировки членов, уравнение динамики скольжения (8) принимает вид:

$$\dot{\lambda} = -\frac{\mu(\lambda)mg}{v_x}\left(\frac{r^2}{J_к} + \frac{(1-\lambda)}{m}\right) + \frac{r}{v_x J_к}T_b. \tag{10}$$

Введем обозначения:

$$f = -\frac{\mu(\lambda)mg}{v_x}\left(\frac{r^2}{J_к} + \frac{(1-\lambda)}{m}\right), \tag{11}$$

$$b = \frac{r}{v_x J_к} > 0. \tag{12}$$

Тогда уравнение (10) можно переписать в удобной для синтеза компактной форме:

$$\dot{\lambda} = f + b \cdot T_b, \tag{13}$$

где f – нелинейная функция, содержащая неопределенности системы.

Поскольку основная идея скользящего режима управления заключается в принуждении траектории системы двигаться вдоль заданной поверхности в пространстве состояний (поверхности скольжения), достижении траекторией системы этой поверхности и последующим удержанием на ней, для синтеза регулятора необходимо определить саму поверхность скольжения. В рамках данной работы поверхность

скольжения s определим как ошибку отслеживания желаемого относительного скольжения:

$$s = \lambda - \lambda_d, \tag{14}$$

где λ – текущее значение относительного скольжения, λ_d – заданное эталонное значение относительного скольжения.

Закон управления скользящего режима имеет вид:

$$T_b = T_{eq} + T_h. \tag{15}$$

Здесь T_{eq} – эквивалентное управление, которое удерживает систему на поверхности скольжения s при отсутствии неопределенностей, T_h – разрывное управление, обеспечивающее достижение поверхности скольжения s и робастность системы к неопределенностям.

Эквивалентное управление T_{eq} определяется из условия нахождения системы на поверхности скольжения s, при котором $s = 0$ и $\dot{s} = 0$. Тогда для этого состояния системы производная уравнения (14) имеет вид:

$$\dot{s} = \ddot{\lambda} - \ddot{\lambda}_d = 0. \tag{16}$$

Предположим, что неопределенности отсутствуют, тогда уравнение динамики (13) принимает вид:

$$f + b \cdot T_{eq} - \ddot{\lambda} = 0. \tag{17}$$

Отсюда можем получить выражение для эквивалентного управления:

$$T_{eq} = -b^{-1} \cdot \left(\ddot{\lambda}_d - f\right). \tag{18}$$

В связи с тем, что значение нелинейной функции f не может быть измерено непосредственно, для оценки этой функции используется номинальная модель, которая строится на основе известных параметров и допущений. Неопределенности данной функции связаны с невозможностью прямого измерения скорости движения автомобиля v_x и с неизвестным точным значением коэффициента сцепления $\mu(\lambda)$.

Наиболее простой и, в силу этого, широко применяемый способ оценки скорости автомобиля – метод «наилучшего колеса». Суть метода заключается в том, что при нахождении значения относительного скольжения в «зоне стабильности» ни для одного колеса линейная скорость движения его оси не может быть больше скорости движения автомобиля:

$$\hat{v}_x = \max\left(\omega_i \cdot r\right), \tag{19}$$

где $i = 1\ldots4$ – число колес автомобиля.

Имея оценку скорости движения автомобиля, можем вычислить текущее значение относительного скольжения λ. Для оценки коэффициента сцепления $\hat{\mu}(\lambda)$ воспользуемся номинальной моделью (2).

Тогда полная оценка нелинейной функции будет иметь вид:

$$\hat{f} = -\frac{\hat{\mu}(\lambda) mg}{\hat{v}_x}\left(\frac{r^2}{J_к} + \frac{(1-\lambda)}{m}\right). \tag{20}$$

При этом выражение для эквивалентного управления:

$$T_{eq} = -b^{-1} \cdot \left(\ddot{\lambda}_d - \hat{f}\right). \tag{21}$$

Разрывное управление T_h выбирается пропорциональным знаку текущего значения поверхности скольжения и в общем случае имеет вид:

$$T_h = -\eta \cdot sign(s), \tag{22}$$

где $\eta > 0$ – коэффициент, отражающий скорость достижения системой поверхности скольжения, который выбирается достаточно большим для подавления неопределенностей системы.

Поскольку значение функции *sign* принимает значения «+1» или «-1», при движении системы вдоль поверхности скольжения незначительные отклонения от нулевого состояния вызывают управляющее воздействие огромной (в силу коэффициентов усиления) величины и высокой частоты (дребезг, *chattering*). Этот дребезг негативно сказывается на механизмах тормозной системы, приводя к их быстрому износу и поломке, а также может существенно влиять на комфорт находящихся в салоне автомобиля людей. Для нивелирования этого явления вместо функции *sign* применяют функцию насыщения θ. Эта функция описывает некоторый граничный слой φ вокруг поверхности скольжения, в котором значение управляющего воздействия уменьшается пропорционально расстоянию до поверхности скольжения:

$$\theta(s) = \begin{cases} 1, s > \varphi \\ s/\varphi, |s| \le \varphi, \\ -1, s < -\varphi \end{cases} \tag{23}$$

Стоит отметить, что такой прием снижает точность регулирования, поэтому при выборе ширины граничного слоя φ необходимо найти баланс между точностью и плавностью работы.

Для увеличения скорости достижения системой поверхности скольжения широко используется другой тип разрывного управления – экспоненциальный закон достижения:

$$T_h = -\eta \cdot \theta(s) - K \cdot s, \tag{24}$$

где $K > 0$ – коэффициент усиления управления, масштабирующий управляющее воздействие пропорционально расстоянию до поверхности скольжения. Закон достижения такого вида обеспечивает более агрессивную сходимость при значительном отклонении состояния системы от поверхности скольжения.

С учетом вышеизложенного запишем выражение для полного закона управления скользящего режима:

$$T_b = -b^{-1} \cdot \left(\ddot{\lambda}_d - \hat{f} - \eta \cdot \theta(s) - K \cdot s\right). \tag{25}$$

Отметим, что менее точная оценка нелинейной функции динамики системы $\hat{f}$ требует большего значения разрывной части управления. Перепишем (25) в полной форме, подставив значения $\hat{f}$ и b:

$$T_b = \frac{\hat{v}_x J_к}{r} \cdot \left(\ddot{\lambda}_d + \frac{\hat{\mu}(\lambda) mg}{\hat{v}_x}\left(\frac{r^2}{J_к} + \frac{(1-\lambda)}{m}\right) - \eta \cdot \theta(s) - K \cdot s\right). \tag{26}$$

Для определения устойчивости системы используется метод Ляпунова. Зададим функцию Ляпунова как положительно определенную функцию от поверхности скольжения:

$$V = \frac{1}{2}s^2 > 0, \forall s \neq 0. \quad (27)$$

Условие устойчивости требует, чтобы производная функции Ляпунова (27) была отрицательно определенной:

$$\dot{V} = s\dot{s} < 0, \forall s \neq 0. \quad (28)$$

Из (28) видно, что при нахождении системы ниже поверхности скольжения ($s < 0$) система будет двигаться в положительном направлении ($\dot{s} > 0$), обеспечивая таким образом достижение системой поверхности скольжения, и наоборот.

Для проверки корректности функционирования синтезированного регулятора, оценки его работы и сравнения его эффективности с эффективностью порогового регулятора в среде MATLAB/Simulink была создана модель. Результаты моделирования работы регулятора скользящего режима показали существенное улучшение параметров системы во время торможения (рис. 5).

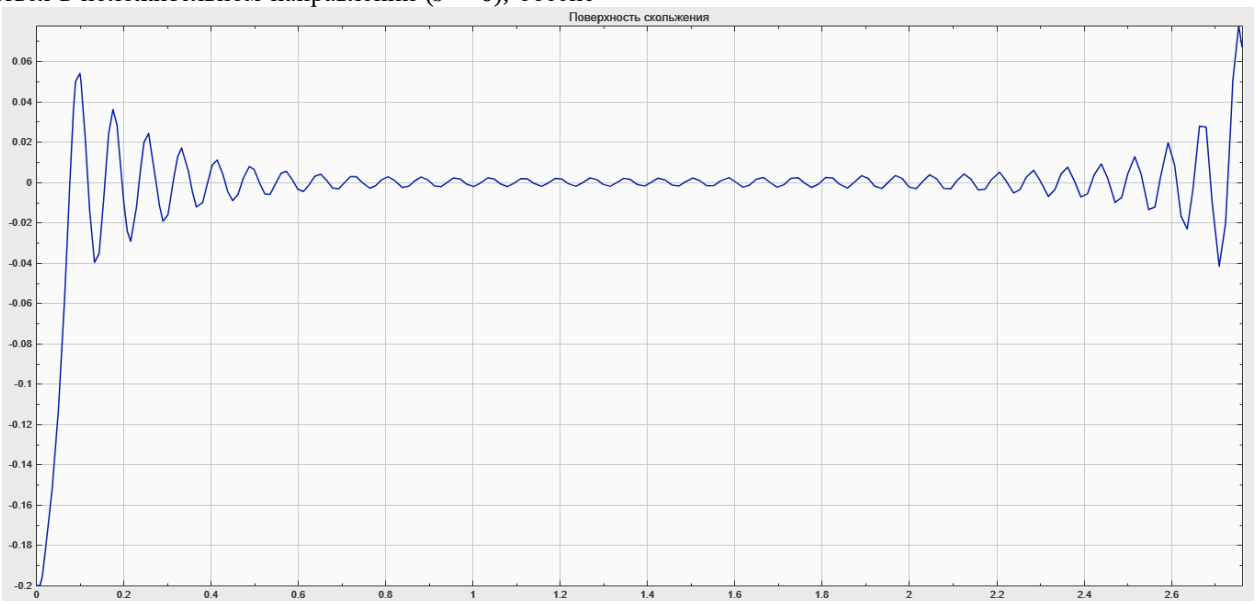


Рис. 4. График изменения значения поверхности скольжения

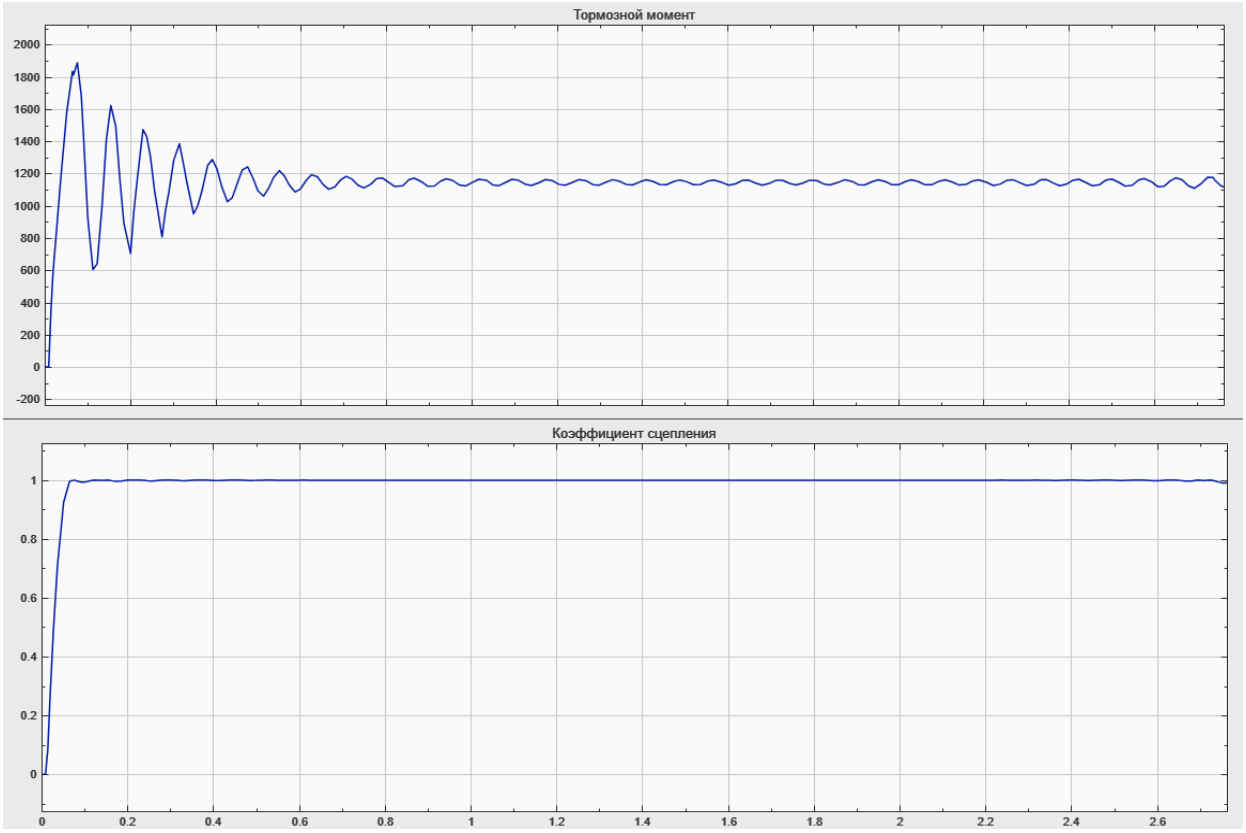


Рис. 5. График изменения тормозного момента и коэффициента сцепления при использовании скользящего режима управления

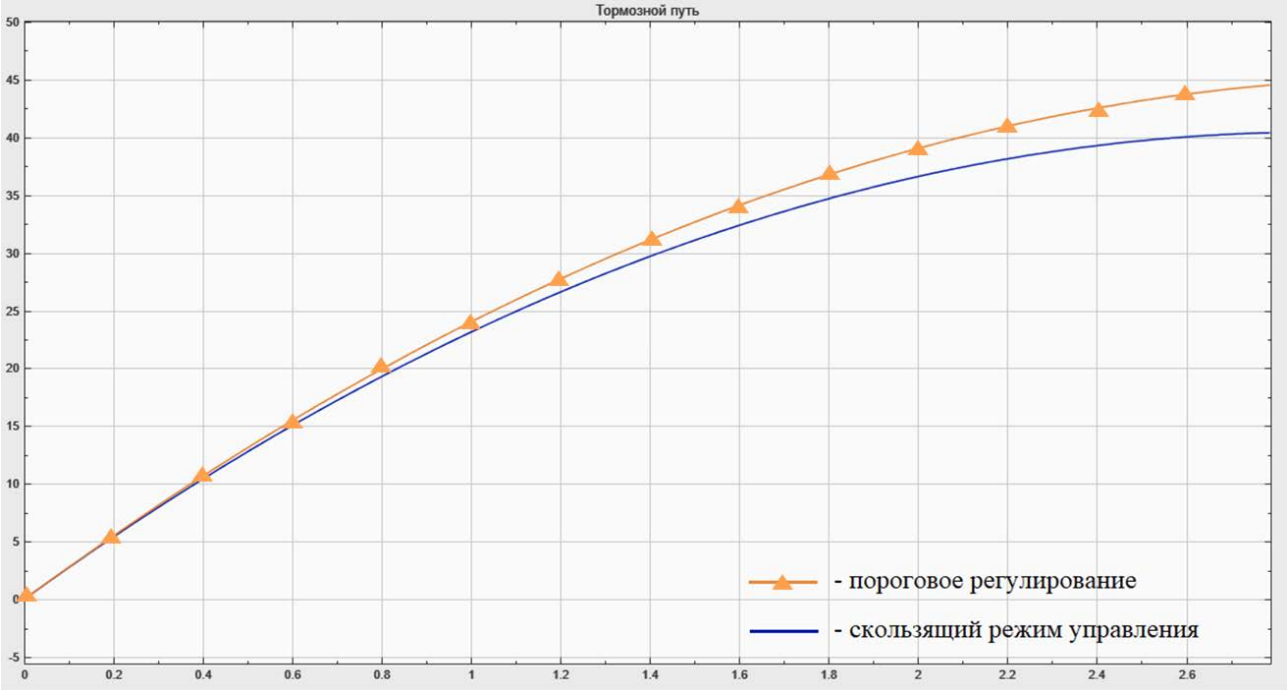


Рис. 6. Тормозной путь

Система за конечное (и малое) время достигает оптимального значения коэффициента сцепления и удерживает его в течение всего процесса торможения, что означает наиболее полное использование сцепных свойств. Амплитуда колебаний тормозного момента, появляющихся в начале процесса, быстро затухает и большую часть процесса имеет небольшую величину. Значение поверхности скольжения (рис. 4) также за небольшое время достигает нуля и незначительно колеблется относительно него.

Увеличение амплитуды колебаний величины поверхности скольжения в конце процесса торможения связано со скачкообразным изменением значения текущего относительного скольжения. Эти изменения обусловлены тем, что в уравнении (6) переменная скорости движения автомобиля находится в знаменателе дроби и при достижении малых значений и их колебаниях существенно изменяет рассчитываемые величины относительного скольжения и ошибки управления.

Более полное использование сцепных свойств при реализации скользящего режима управления приводит к уменьшению тормозного пути по сравнению с пороговым регулированием (рис. 6).

Таблица 2

Результаты симуляций для разных видов управления

	Пороговый регулятор	***Регулятор скользящего режима управления***
Время до полной остановки, с	3,18	2,76
Длина тормозного пути, м	45,18	40,16

Из результатов симуляции (табл. 2) видно, что время до полной остановки автомобиля уменьшилось на 13,2 %, а тормозной путь сократился на 11,1 %.

В ходе представленной работы выполнен синтез регулятора скользящего режима управления для антиблокировочной системы, поверхность скольжения которого формируется непосредственно по ошибке относительного скольжения, что позволило математически обосновать робастность к изменению в процессе торможения коэффициента сцепления без его непосредственного определения.

В работе использован метод построения поверхности скольжения, который обеспечивает асимптотическую устойчивость рассматриваемой системы вблизи оптимального значения относительного скольжения при наличии неопределенных внешних возмущений. Для синтеза регулятора и определения устойчивости системы использованы теория скользящих режимов с переменной структурой и метод Ляпунова.

Практический результат проведенного исследования заключается в доказательстве путем имитационного моделирования высокой эффективности применения в антиблокировочных системах скользящего режима управления, который обеспечивает более высокую стабильность параметров системы, полноту использования сцепных свойств и, как следствие, уменьшение длины тормозного пути. Помимо этого, отсутствие больших амплитуд колебаний параметров системы, характерных для порогового регулирования, в течение большей части процесса торможения благоприятно влияет на ресурс элементов тормозной системы, а также на комфорт находящихся в салоне автомобиля людей.

Полученные в ходе проведения сравнительного вычислительного эксперимента результаты, свидетельствующие о несомненном преимуществе использования скользящего режима управления перед классическим пороговым регулированием, позволяют создать на их основе стендовые и макетные образцы, которые позволят экспериментальным путем провести апробацию, валидацию и верификацию итогов данного теоретического исследования.

Литература

1. Луковников, А. А. Особенности устройства и функционирования тормозных систем транспортных средств с гидравлическим приводом, оснащённых антиблокировочной системой / А. А. Луковников // Транспортные системы : сборник трудов V Международной научно-практической конференции (Санкт-Петербург, 13–17 октября 2025 г.). – Санкт-Петербург : Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого. – С. 238–251. – DOI 10.18720/SPBPU/2/id25-587.

2. Dietsche, K.-H. Bosch Automotive Handbook / K.-H. Dietsche. – 11th ed., revised and extended. – Robert Bosch GmbH, 2022. – 2046 p.

3. Уткин, В. И. Скользящие режимы и их применения в системах с переменной структурой / В. И. Уткин. – Москва : Наука, 1974. – 272 с.

4. Anti-Lock Braking System Perfomance Optimization Based on Fitted-Curve Road-Surface Recognition and Sliding-Mode Variable-Structure Control / H. Zhou, W. Liu, R. Wang [et al.] // World Electric Vehicle Journal. – 2025. – Vol. 16, Is. 156. – P. 2–15.

5. Enhanced performance and robustness in anti-lock brake systems using barrier function-based integral sliding mode control / N. Moshin, A. Mujtaba, A. Taha [et al.] // Open Engineering. – 2024. – Vol. 14, № 1. – P. 20240090. – https://doi.org/10.1515/eng-2024-0090.

6. Cem, U. Sliding Mode Measurement Feedback Control for Antilock Braking Systems / U. Cem, K. Pushkin // IEEE Transactions on Control Systems Technology. – 1999. – Vol. 7, № 2. – P. 271–281.

A.A. Lukovnikov
Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

ADVANTAGES OF SLIDING MODE CONTROL IMPLEMENTATION IN ANTI-LOCK BRAKING SYSTEMS FOR VEHICLES

In this article applying of a threshold controller and a sliding mode controller in vehicle’s antilock braking systems is described. The synthesis of a sliding mode controller based on dynamic equations of vehicle braking is done. Using the MATLAB/Simulink software the simulations of antilock brake system operating while emergency braking with applying of a threshold controller and a sliding mode controller are done. Based on the results of the simulations the benefits of using a sliding mode controller are shown.

Antilock braking system, ABS, Simulink, threshold regulation, sliding mode control, control algorithms.