378.14:000.4+(373)
2.3.7. Компьютерное моделирование и автоматизация проектирования



А.А. Рахимов
Политехнический институт Таджикского технического университета имени академика М.С. Осими

МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРИ ОБУЧЕНИИ ТЕМЕ «ПРОИЗВОДНАЯ ФУНКЦИИ» В ПРОЦЕССЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ СТУДЕНТОВ ТЕХНИЧЕСКИХ НАПРАВЛЕНИЙ

В статье рассматриваются методические особенности внедрения компьютерного моделирования в процесс обучения теме «Производная функции» при подготовке студентов технических направлений. Обоснована актуальность использования интерактивных динамических моделей для визуализации абстрактных математических понятий (геометрический и физический смысл производной). Описаны подходы к конструированию учебных заданий с применением специализированного программного обеспечения, направленные на развитие профессиональных компетенций, исследовательских навыков и инженерного мышления будущих специалистов. Приводятся рекомендации по интеграции компьютерных моделей в лекционные и практические занятия по высшей математике.

Высшее математическое образование, технические направления подготовки, компьютерное моделирование, производная функции, методика обучения математике, визуализация, интерактивные модели, инженерное мышление, профессиональные компетенции.

Внедрение компьютерного моделирования в процесс обучения теме «Производная функции» для студентов технических направлений обусловлено необходимостью преодоления разрыва между абстрактно-теоретическим характером высшей математики и ее прикладным значением в будущей инженерной практике. Традиционный подход, сфокусированный на репродуктивном освоении аналитических формул дифференцирования, часто оставляет за рамками понимание физического и геометрического смысла производной как скорости изменения реальных технологических и физических процессов. Использование динамических сред (таких как GeoGebra, MATLAB, Wolfram Mathematica) позволяет визуализировать предельные переходы, «оживить» геометрические интерпретации и сместить акцент с рутинных вычислений на содержательный анализ математических моделей. Однако ключевой проблемой остается отсутствие системных методических рекомендаций: компьютерные инструменты зачастую применяются фрагментарно и чисто иллюстративно, не раскрывая свой дидактический потенциал. В связи с этим возникает острая потребность в разработке целостной методики, которая определяет дидактические условия, этапы интеграции компьютерных моделей в лекционные и практические занятия, а также баланс между ручными вычислениями и цифровым моделированием, что в совокупности призвано повысить качество фундаментальной математической подготовки будущих инженеров.

Изучение существующей научно-методической базы свидетельствует о высоком интересе научного сообщества к процессам цифровой трансформации высшего технического образования. Теоретико-методологический фундамент внедрения информационных технологий, направленных на стимулирование интеллектуальной активности и формирование профессионального мышления будущих инженеров, заложен в цикле публикаций А.А. Рахимова [1–5], а также в его коллективном труде с А.А. Умаровым и Х.К. Мухаббатовым [6]. Реализация принципов компетентностного обучения в рамках современных академических программ освещается в изысканиях М. Нугмонова [10]. Прикладные вопросы верификации результатов расчетов и наглядного представления матричных алгоритмов раскрываются в статьях М. Нугмонова [8, 9, 13], тогда как особенности моделирования вероятностных процессов исследованы Н.С. Азимовым [11]. Существенный акцент на междисциплинарной интеграции математического инструментария с профильными инженерными модулями – от расчетов устойчивости сооружений до диагностики электрических сетей – сделан в работах [7, 12, 14]. Ближе всего к направлению нашего исследования примыкает научная работа Ш.Ш. Шодиева [15], раскрывающая дидактические преимущества применения языка программирования Python для решения расчетных задач. Тем не менее специфика проектирования интерактивных сред на базе Python для целенаправленного освоения дифференциального исчисления и понятия производной до сих пор не получила исчерпывающего методического описания, что подтверждает своевременность и новизну текущей работы.

Научная новизна исследования состоит в обосновании методических условий применения средств компьютерного моделирования при обучении разделу «Производная функции» с учетом специфики подготовки будущих инженеров. Доказано, что смещение акцента с формального вычисления производных на практическое моделирование прикладных задач (ди-

намики процессов, геометрических интерпретаций и оптимизации) в программах GeoGebra, Maple и Python способствует глубокому пониманию сути понятия. Разработаны сквозные учебно-исследовательские задания, связывающие математический аппарат с дисциплинами инженерного цикла, что обеспечивает более осознанное усвоение материала и развитие профессионально-ориентированного мышления студентов.

Разработанное программное обеспечение представляет собой интерактивную компьютерную модель, реализованную на языке программирования Python с использованием библиотек научного стека (SymPy, NumPy, Matplotlib). Программа спроектирована как дидактическое средство для организации лекционных демонстраций, практических занятий и самостоятельной работы студентов технических направлений.

Алгоритм работы разработанного программного комплекса базируется на поэтапной обработке математической модели: от ввода исходных данных до генерации графического и аналитического отчетов. На первом этапе происходит формализация задачи, при которой введенное пользователем математическое выражение преобразуется в символьный объект с помощью библиотеки SymPy, что позволяет программе провести точное аналитическое дифференцирование по правилам математического анализа. На втором этапе запускается блок дискретизации: непрерывная функция переводится в массив числовых значений (сетку точек) средствами NumPy, после чего к полученному массиву применяется алгоритм численного дифференцирования методом центральных разностей через функцию np.gradient. Этот шаг моделирует вычисление мгновенной скорости изменения функции в каждой точке для дискретных данных. На заключительном этапе алгоритма модули вычислений передают структурированные данные в графический движок Matplotlib, который автоматически синхронизирует масштабы и строит совмещенные графики исходной функции, ее производной, а также динамически рассчитывает уравнение касательной. В результате студент получает комплексный отклик системы, объединяющий строгую формулу, численный вектор скоростей и их визуальную интерактивную модель. Блок-схема нахождения производной элементрных функций показана на рисунке 1 (главный интерфейс программы).

Блок-схема нахождения производных функций и ввода коэффициентов и производных, которые находятся с помощью основных правил, приведена на рисунках 2 и 3.

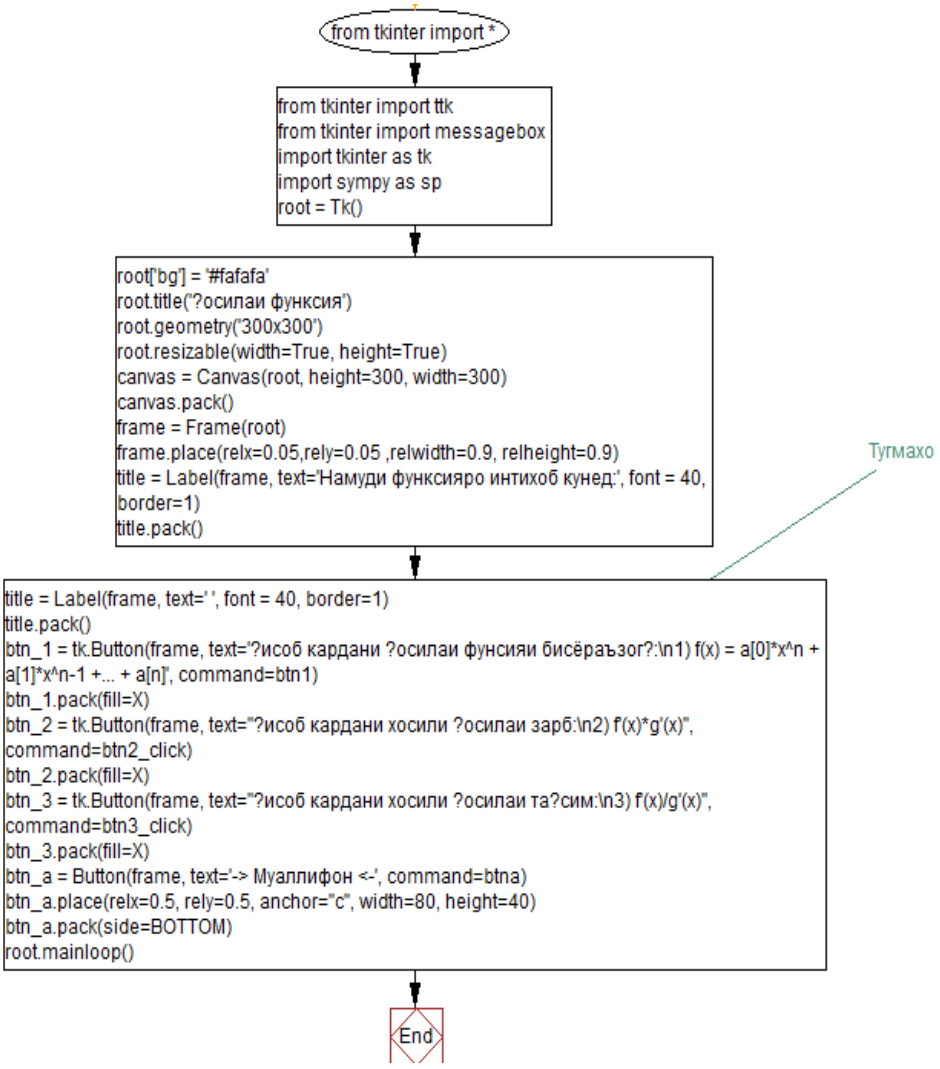


Рис. 1. Главный интерфейс программы

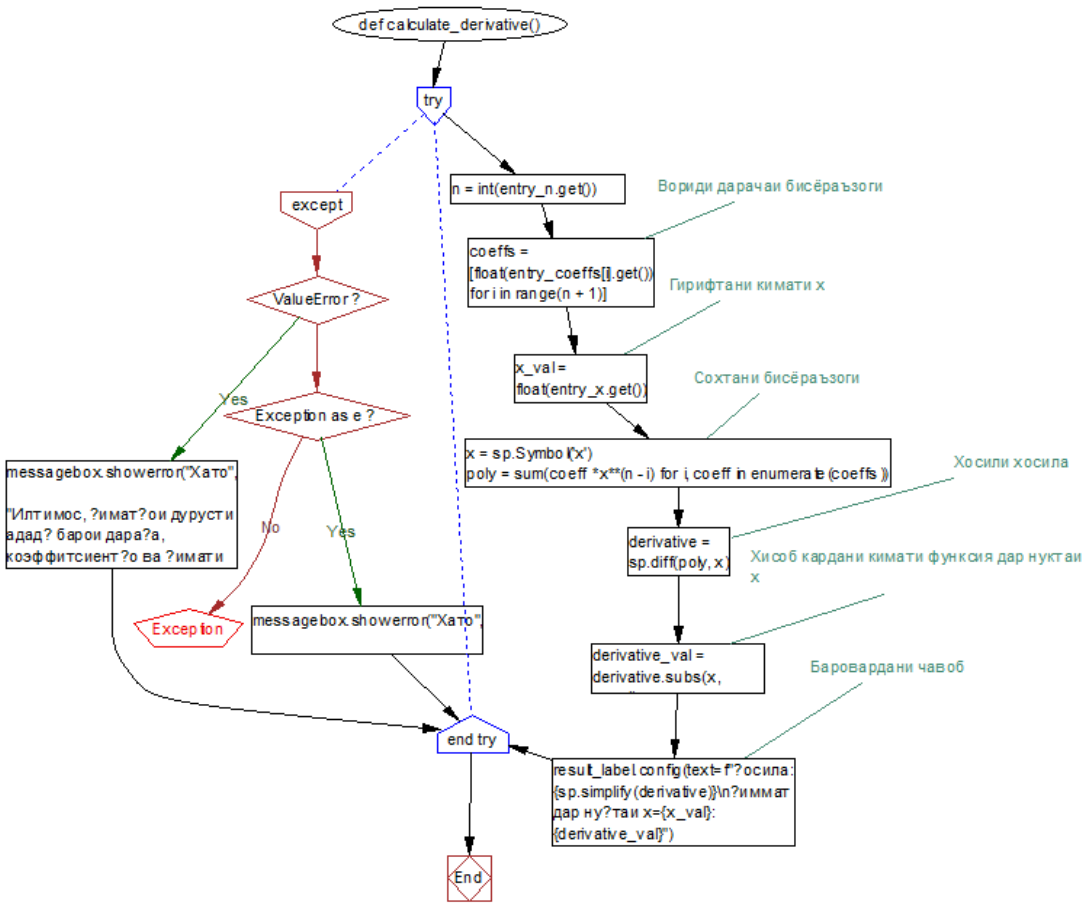


Рис. 2. Блок-схема нахождения производных функций (общая идея)

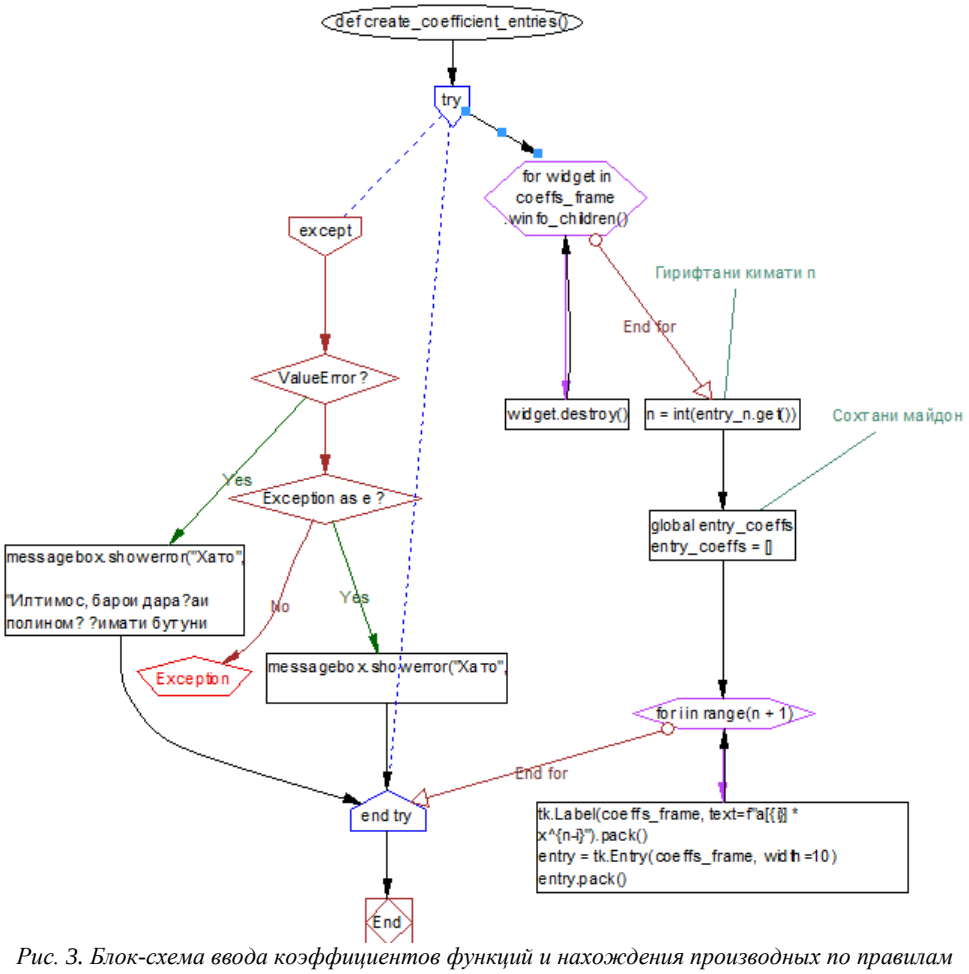


Рис. 3. Блок-схема ввода коэффициентов функций и нахождения производных по правилам

В ходе исследования разработана и внедрена в учебный процесс математической подготовки студентов технических направлений интерактивная обучающая программа на языке Python с графическим интерфейсом Tkinter и аналитическим ядром SymPy. Разработка данного программного средства была направлена на преодоление формального отношения студентов к вычислению производных и на повышение наглядности обучения.

Внедрение разработанного программного комплекса позволило получить следующие научно-методические и практические результаты:

1. Создано простое и понятное цифровое приложение. На базе доступного языка Python была написана удобная программа с кнопками и окошками (графическим интерфейсом). Теперь студентам не нужно учить сложные командные строки – они могут вводить математические выражения и мгновенно получать готовые производные, а также считать их значения в конкретных точках.

2. Программа сама считает сложные связки функций. Приложение отлично справляется не просто с одиночными выражениями, но и со сложными комбинациями. Студент может ввести две разные функции, а программа сама вычислит их производные и покажет результат их умножения или деления друг на друга без единой ошибки в знаках или скобках.

3. Студенты перестали тратить время на механическую рутину. Главный методический плюс – программа взяла на себя всю скучную и долгую писанину на черновиках. Благодаря этому на занятиях освободилось время для главного: обсуждения того, что именно значат полученные цифры, как быстро меняется исследуемый процесс и как применить эти знания в реальных инженерных задачах.

4. Появился интерес к учебе и понимание сути. Поскольку программа написана на современном языке программирования, который инженерам все равно нужно знать, у студентов вырос интерес к предмету. Тема перестала казаться оторванной от жизни теорией из учебника, превратившись в понятный и полезный цифровой инструмент для будущей работы.

Интерфейс программы разработан на таджикском языке, что и будет использовано не только для русских групп, но и для национальных таджикских групп тоже, результаты получения ответа производных функций показаны на рисунке 4.

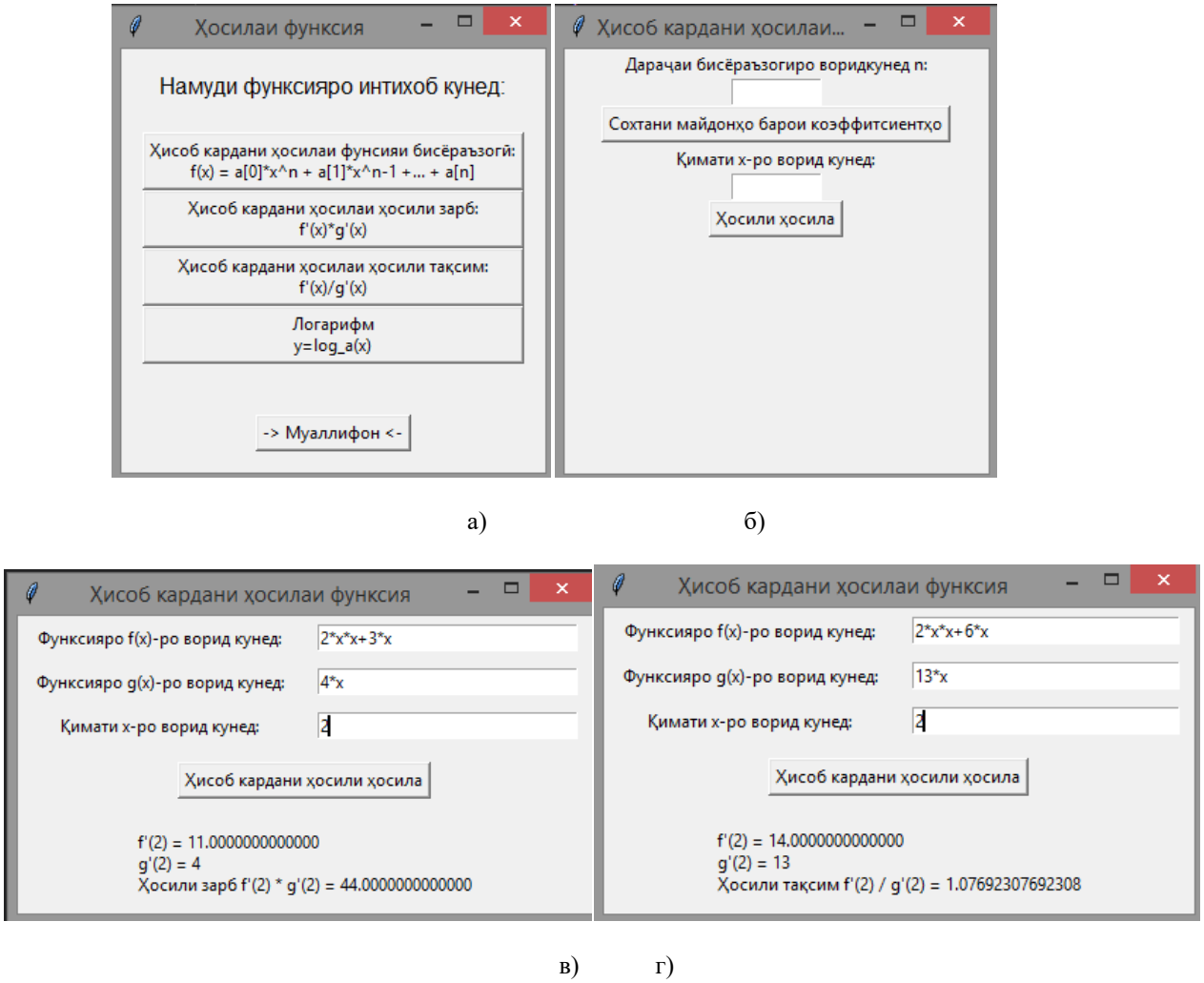


Рис. 4. Результаты ответа: а) выбор функции; б) ввод коэффициентов и создание; в) вычисления производной; г) вычисления производной в точке

Листинг 1. Код основной логической программы

```
root['bg'] = 'fafafa'
root.title('Ҳосилаи функсия')
root.geometry('300x300')
root.resizable(width=True, height=True)
canvas = Canvas(root, height=300, width=300)
canvas.pack()
frame = Frame(root)
frame.place(relx=0.05, rely=0.05 ,relwidth=0.9, relheight=0.9)
title = Label(frame, text='Намуди функсияро интихоб кунед:', font = 40, border=1)
title.pack()
```

Тугмаҳо

```
title = Label(frame, text=' ', font = 40, border=1)
title.pack()
btn_1 = tk.Button(frame, text='Ҳисоб кардани ҳосилаи фунсияи бисёраъзогӣ:\n1) f(x) = a[0]*x^n + a[1]*x^n-1 +... + a[n]', command=btn1)
btn_1.pack(fill=X)
btn_2 = tk.Button(frame, text="Ҳисоб кардани хосили ҳосилаи зарб:\n2) f'(x)*g'(x)", command=btn2_click)
btn_2.pack(fill=X)
btn_3 = tk.Button(frame, text="Ҳисоб кардани хосили ҳосилаи тақсим:\n3) f'(x)/g'(x)", command=btn3_click)
btn_3.pack(fill=X)
btn_a = Button(frame, text='-> Муаллифон <-', command=btna)
btn_a.place(relx=0.5, rely=0.5, anchor="c", width=80, height=40)
btn_a.pack(side=BOTTOM)
root.mainloop()
```

Разработанная программа на Python с удобным кнопочным интерфейсом доказала, что математика для будущих инженеров может быть наглядной и увлекательной. Переложив всю скучную механическую работу со сложными вычислениями на компьютер, мы смогли освободить драгоценное время на занятиях для самого главного – понимания сути процессов и разбора реальных технических задач. Студенты перестали бояться ошибок в длинных формулах, начали лучше ориентироваться в теме и увидели, как сухая теория из учебника превращается в полезный цифровой инструмент, который точно пригодится им в будущей инженерной профессии.

Созданное приложение с интуитивно понятным графическим интерфейсом наглядно продемонстрировало, что освоение математического анализа будущими специалистами может стать по-настоящему живым и практичным процессом. Доверив компьютеру всю рутинную работу по раскрытию скобок и преобразованию громоздких выражений, мы получили возможность сфокусироваться на главном – разборе сути физических явлений и решении прикладных инженерных задач. В результате у учащихся исчез страх допустить случайную ошибку в расчетах, заметно улучшилось понимание темы, а абстрактные правила из лекций превратились в осязаемый цифровой инструмент для их дальнейшей работы.

Помимо этого, отказ от шаблонных коммерческих платформ в пользу собственной разработки на Python обеспечил отличный междисциплинарный результат. Студенты технических специальностей смогли воочию увидеть, как фундаментальная наука переплетается с современным написанием кода, что сильно подняло их вовлеченность в образовательный процесс.

Литература

1. Рахимов, А. А. Развитие профессионального математического мышления студентов технических вузов в цифровой образовательной среде / А. А. Рахимов // Научные инновации и изобретения в точных и инженерных науках как ключевой фактор устойчивого развития : Материалы республиканской научно-практической конференции (Душанбе, 24–25 апреля 2026 г.). – Душанбе, 2026. – С. 408–413.

2. Rakhimov, A. A. Activating student cognitive engagement in mathematics classes via interactive computer modeling / A. A. Rakhimov // Scientific Innovations and Inventions in the Exact and Engineering Sciences as a Key Factor of Sustainable Development : Proceedings of the Republican Scientific and Practical Conference, Dushanbe, 24–25 апреля 2026 года. – Dushanbe, 2026. – P. 939–942.

3. Rakhimov, A. A. Methodological aspects of implementing computer modeling in teaching higher mathematics in the mathematical training of students / A. A. Rakhimov. – DOI 10.22363/2312-8631-2026-23-2-180-195 // RUDN Journal of Informatization in Education. – 2026. – Vol. 23, № 2. – P. 180–195.

4. Рахимов, А. А. Методические основы использования компьютерного моделирования процесса математической подготовки студентов в техническом вузе / А. А. Рахимов. – DOI 10.24412/2079-9152-2026-69-39-52 // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2026. – № 1(69). – С. 39–52.

5. Рахимов, А. А. Дидактические аспекты использования методов компьютерного моделирования в процессе обучения математике в вузе / А. А. Рахимов. – DOI 10.54158/27132838_2024_5_4_144 // Наука и практика в образовании: электронный научный журнал. – 2024. – Т. 5, № 4. – С. 144–152.

6. Рахимов, А. А. Компьютерное моделирование как один из способов повышения эффективности обучения по высшей математике в техническом вузе / А. А. Рахимов, А. А. Умаров, Х. К. Мухаббатов // Вестник Педагогического университета. Серия 2: Педагогики и психологии, методики преподавания гуманитарных и естественных дисциплин. – 2023. – № 3(17). – С. 174–187.

7. Раҳимов, А. А. Истифодаи барномаҳои Mathcad ва Multisim дар раванди омӯзиши модели математикии функсияҳои мураккаб ва занҷирҳои электрикӣ аз фанни математика барои муҳандисон / А. А. Раҳимов, Д. Н. Мирзоев, Н. О. Бобоҷонова // Паёми Донишгоҳи миллии Тоҷикистон. – 2021. – № 5. – Р. 282–290.

8. Нугмонов, М. Педагогические аспекты использования компьютерного моделирования в процессе обучения линейной алгебре студентов технических направлений / М. Нугмонов, А. А. Рахимов. – DOI 10.24412/2079-9152-2025-66-36-46 // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2025. – № 2(66). – С. 36–46.

9. Нугмонов, М. Усули таҷрибавии ҳалли масъалаҳо ва санҷиши натиҷаи онҳо бо ёрии амсиласозии компютерӣ / М. Нугмонов, А. А. Раҳимов // Паёми донишгоҳи омӯзгорӣ. Бахши илмҳои педагогӣ ва психологӣ. – 2025. – № 2(24). – Р. 148–156.

10. Нугмонов, М. Асосҳои назариявии муносибати босалоҳият дар таълими фанни технологияи иттилоотӣ дар муассисаҳои таҳсилоти олии техникӣ дар шароити низоми кредитии таълим / М. Нугмонов, А. А. Раҳимов, З. Р. Одилов // Паёми Донишгоҳи миллии Тоҷикистон. – 2022. – № 9. – Р. 279–286.

11. Азимов, Н. С. Методические особенности использование компьютерного моделирования процесса нахождения вероятности повторных испытаний по формуле Бернулли / Н. С. Азимов, А. А. Рахимов // Технические и естественные науки: вчера, сегодня, завтра : Сборник научных статей. – Волгоград : Общество с ограниченной ответственностью «Сфера», 2024. – С. 26–31.

12. Чалилов, Ф. Использование законов статики и компьютерного моделирования при расчетах строительных конструкций и сооружений / Ф. Чалилов, А. А. Рахимов, С. К. Исмоилова // Вестник Вологодского государственного университета. Серия: Технические науки. – 2025. – № 1 (27). – С. 37–41.

13. Рахимов, А. А. Различные способы использования компьютерного моделирования в процессе решения систем линейных уравнений в обучении математике студентов технических направлений / А. А. Рахимов // Вестник Вологодского государственного университета. Серия: Технические науки. – 2024. – № 2(24). – С. 50–54.

14. Домуллоҷонов, А. Усулҳои муайян намудани ҷараёнҳои хусусӣ дар қисмҳои занҷир ва тафтиши муодилаи балланси тавоноӣ / А. Домуллоҷонов, З. Одилов, А. А. Рахимов // Номаи донишгох. Силсилаи илмхои табиатшиноси ва иктисоди. – 2025. – № 2(73). – Р. 3–9.

15. Шодиев, Ш. Ш. Истифодаи амсиласозии компютерии Python дар ҳалли масъалаҳои математикӣ барои донишҷӯёни равияҳои техникӣ / Ш. Ш. Шодиев, А. А. Раҳимов // Вестник Бохтарского государственного университета имени Носира Хусрава. Серия гуманитарных и экономических наук. – 2025. – № 1–3(137). – Р. 407–413.

A.A. Rakhimov

Polytechnic Institute of the Tajik Technical University named after Academician M.S. Osimi

METHODOLOGICAL APPROACHES TO USING COMPUTER SIMULATION IN TEACHING THE DERIVATIVE OF A FUNCTION IN MATHEMATICS EDUCATION FOR ENGINEERING STUDENTS

The article examines the methodological aspects of implementing computer modeling into the process of teaching the topic "Derivative of a Function" to engineering and technical students. The author substantiates the relevance of using interactive dynamic models to visualize abstract mathematical concepts, such as the geometric and physical meaning of a derivative. The paper describes approaches to designing learning activities using specialized mathematical software aimed at developing professional competencies, research skills, and engineering thinking in future specialists. Practical recommendations for integrating computer models into lectures and practical classes in higher mathematics are provided.

Higher mathematical education, engineering fields of study, computer modeling, derivative of a function, mathematics teaching methodology, visualization, interactive models, engineering thinking, professional competencie.