

УДК 528.02



С.А. Гриднева, О.С. Царева

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОГИБОВ ПО ТЕОРЕМЕ КОСИНУСОВ

В данной статье рассмотрены причины возникновения прогибов, методы их измерения и несколько методов для определения прогибов. Для практического измерения был выбран метод определения прогибов по теореме косинусов. Измерения производили тахеометром EFT TS1. Результат измерения сравнили измерением линейкой.

Прогиб, балка, перекрытие, тахеометр, теорема косинусов, тригонометрическое нивелирование.

Прогиб балки или перекрытия – это изгиб конструкции (балки или перекрытия) под воздействием нагрузки. Для обеспечения безопасности и прочности конструкции при проектировании и строительстве следует учитывать прогибы. Максимальные величины прогибов определяются в соответствии с требованиями строительных норм и правил.

Воздействие внешних нагрузок, неравномерное сечение, недостаточная прочность и жесткость материала конструкции, воздействие окружающей среды, несоблюдение монтажа конструкций и другое приводит к возникновению прогибов у балок и перекрытий.

Существующие методы определения прогибов зависят от многих факторов, включая геометрию конструкции, материал, тип нагрузки и доступность измерительного оборудования. Традиционные методы определения прогибов включают:

1. Прямые измерения: использование различных измерительных приборов для определения вертикального смещения точек конструкции:

– использование прогибомеров. На конструкцию прикладывается статическая нагрузка и с помощью прогибометра измеряется перемещение отдельных точек конструкций. Прогибомер обладает высокой точностью [1]. Недостатки метода: подверженность влиянию внешних факторов, таких как температурные колебания и вибрации; большие временные затраты на установку прибора; частый контроль и калибровка прибора;

– метод неразрушающего измерения. На поверхностях верхнего и нижнего поясов балки в месте наибольшего прогиба Δ_0 наклеивают рабочие и компенсационные тензорезисторы, монтируют мостовые схемы для каждой пары тензорезисторов и соединяют провода от них с тензостанцией, измеряют начальное сопротивление и определяют прогиб по формуле. Недостатки метода: малая точность измерений, необходимость устройства опорного железобетонного основания, нарушение технологического процесса, отсутствие дистанционного управления [2];

– опытно-теоретический метод. Сначала определяют прогиб под неполной (монтажной нагрузкой), а затем догружают конструкцию и повторно измеряют прогибы. Недостатком метода является то, что прогнозируемые прогибы отличаются от реальных прогибов [5];

– геодезический мониторинг. Проводят тригонометрическое нивелирование II класса точности 1, используя электронный тахеометр. По данной методике измерения производятся дважды в прямом и обратном направлениях по установленным деформационным маркам на исследуемой конструкции [6, 7]. Существуют различные методики геодезического мониторинга, такие как:

а) измерение расстояния от горизонта прибора до контролируемой плиты перекрытия независимо от фактической отметки уровня пола [3];

б) метод стереофотограмметрии. Прогибы измеряются по трем взаимно перпендикулярным осям [4].

Недостатками этих методов являются: ограниченность применения в стесненных условиях; при определенных условиях необходим непрерывный геодезический контроль; работа может производиться только квалифицированным исполнителем.

2. Методы конечных элементов (МКЭ): широко применяемый численный метод, позволяющий моделировать поведение сложных конструкций под действием различных нагрузок. МКЭ обеспечивает высокую точность, но требует значительных вычислительных ресурсов и специализированного программного обеспечения. Результаты анализа зависят от точности исходных данных и принятых упрощающих предположений [9].

3. Экспериментальные методы: испытания натурных образцов или моделей конструкций в лабораторных условиях. Этот метод позволяет получить наиболее точные данные, но часто является дорогостоящим и не всегда осуществим для крупномасштабных сооружений.

Требования к прогибам перекрытий регулируются следующими нормативными документами:

– СП 20.13330.2016 «Нагрузки и воздействия» определяет нагрузки и воздействия, которые следует учитывать при расчете перекрытий, включая собственный вес, постоянные и временные нагрузки. Расчет прогибов производится с учетом этих нагрузок [10];

– СП 63.13330.2018 «Бетонные и железобетонные конструкции», СП 16.13330.2017 «Стальные конструкции» и др. содержат более подробные требования к прогибам конструкций определенного материала.

Актуальность исследования заключается в разработке метода для практического измерения прогибов, который будет сочетать точность и доступность.

Для решения задачи определения прогибов был выбран метод, основанный на теореме косинусов. Этот метод предполагает измерение углов и расстояний между точками с помощью тахеометра, что позволяет с высокой точностью определить прогибы конструкций.

Измерения проводились с использованием тахеометра EFT TS1. Перед началом работы было выполнено горизонтирование прибора для обеспечения точности измерений.

Далее прибор наводился последовательно на марки, расположенные в аудитории, и измерялись горизонтальные углы, расстояния до точек и вертикальные углы фиксировались в журнал. Схема расположения станции и точек ориентирования показана на рисунке 1.

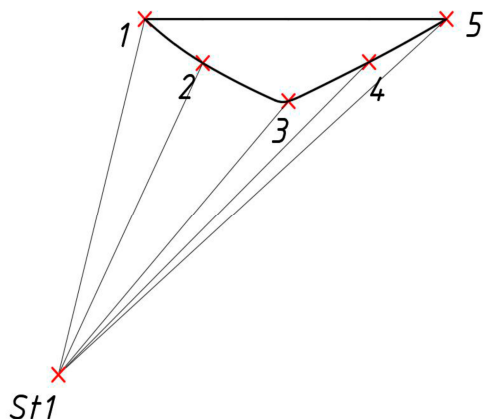


Рис. 1. Схема расположения станции и точек ориентирования

Значения прогибов определялись по формуле [8]:

$$a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2 * a * b * \cos(A)}.$$

Результаты измерений и вычислений показаны в таблице 1.

Таблица 1

Результаты измерений и вычислений прогибов

№	Горизонтальный угол	Вертикальный угол	Расстояние	L, см	Прогиб, см
1	359°59'48"	85°00'25"	2,969	0	0
2	2°23'27"	86°42'17"	2,958	12,5	8,8
3	6°00'55"	88°11'16"	2,956	31,0	16,5
4	9°19'50"	86°44'16"	2,967	48,4	8,8
5	12°37'15"	85°05'44"	2,990	65,1	0

Приведем пример расчета для точки 2:

$$a = \sqrt{2,969^2 + 2,958^2 - 2 * 2,969 * 2,958 * \cos(1°41'52'')} = 0,0884 \text{ м} = 8,8 \text{ см}.$$

На рисунке 2 показан геометрический смысл используемой формулы.

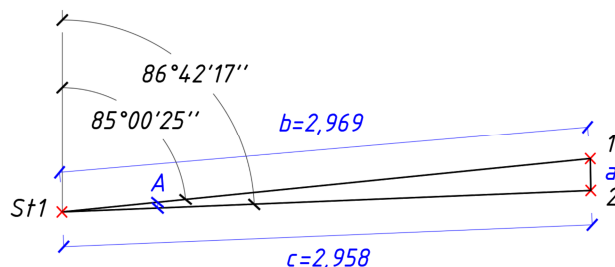


Рис. 2. Геометрический смысл формулы

На рисунке 3 показаны результаты измерения и вычисления прогибов точек.

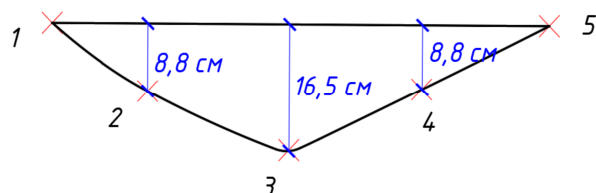


Рис. 3. Результаты измерения и вычисления прогибов точек

После получения начальных данных объекта исследования, в данном случае отметок, математическим путем, производился контроль измерений с помощью линейки. Результаты измерения линейкой указаны в таблице 2.

Таблица 2

Значения прогибов, измеренных линейкой

Точка	Прогиб
1	0
2	8,9 см
3	16,6 см
4	8,7 см
5	0

Результаты измерений, полученные с использованием метода теоремы косинусов, показали, что расхождения между этим методом и измерениями линейкой не превышают 1 мм, что указывает на высокую точность предложенной методики.

Важным результатом является то, что метод теоремы косинусов не уступает по точности традиционным методам и может быть использован для определения прогибов в условиях, где не всегда возможно применить более сложные методы. Эта методика является не только точной, но и удобной в использовании, так как требует минимального количества измерений и позволяет быстро получать результаты. Рекомендуется использовать предложенный метод в сочетании с другими методами для проверки и повышения надежности результатов. Дальнейшие исследо-

вания могут быть направлены на уточнение алгоритма и расширение его применения для более сложных конструкций.

Литература

1. Мешечек, В. В. Пособие по оценке физического износа жилых и общественных зданий / В. В. Мешечек, Е. П. Матвеев. – Москва : ЦМПИКС при МГСУ, 1999. – 47 с.
2. Патент № 2533343 С1 Российская Федерация, МПК G01B 7/16. Способ измерения прогибов балок : № 2013133368/28 : заявл. 17.07.2013 : опубл. 20.11.2014 / В. С. Уткин, А. Н. Булычев ; заявитель федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Вологодский государственный университет» (ВоГУ).
3. Перунов, А. С. Способ измерения прогибов монолитных перекрытий при ограниченной видимости конструкций / А. С. Перунов, И. Н. Дорошин // Вестник Евразийской науки. – 2020. – № 6, <https://esj.today/PDF/42SAVN620.pdf> (дата обращения: 05.03.2025). – Текст : электронный.
4. Поляков, А. И. Некоторые аспекты геодезических измерений при проведении экспертизы строительных конструкций в зимнее время / А. И. Поляков // Международный студенческий строительный форум-2017 : сборник докладов : в 2 томах. – Белгород : Белгородский государственный технологический университет имени В. Г. Шухова, 2017. – Т. 2. – С. 45–49.
5. Русаков, А. И. Методика опытно-теоретической оценки прогибов монолитной плиты перекрытия / А. И. Русаков // Промышленное и гражданское строительство. – 2010. – № 3. – С. 28–32.
6. Уставич Георгий Афанасьевич, Середович Сергей Владимирович, Сальников Валерий Геннадьевич, Скрипников Виктор Александрович Геодезический мониторинг строительства жилого высотного здания // Интерэкспо Гео-Сибирь. – 2017. – № 1. – URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/geodezicheskiy-monitoring-stroitelstva-zhilogo-vysotnogo-zdaniya> (дата обращения: 05.03.2025). – Текст : электронный.
7. Шеховцов, Г. А. Современные геодезические методы определения деформаций инженерных сооружений [Текст] : монография / Г. А. Шеховцов, Р. П. Шеховцова ; Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет. – Нижний Новгород : ННГАСУ, 2009.
8. Гельфанд, И. М. Тригонометрия / И. М. Гельфанд, С. М. Львовский, А. Л. Тоом. – Москва : МЦНМО, 2002. – 199 с.
9. Зенкевич, О. К. Метод конечных элементов в технике / О. К. Зенкевич. – Москва : Мир, 1975. – 541 с.

S.A. Gridneva, O.S. Tsareva

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

ANALYSIS OF DEFLECTIONS BY COSINE THEOREM

The article discusses the causes of deflections and methods of their measurement. For practical measurement, the method of determining deflections according to the cosine theorem was chosen. The measurement result was compared with a ruler measurement.

Deflection, beam, overlap, total station, cosine theorem, trigonometric leveling.