

СТРОИТЕЛЬСТВО И АРХИТЕКТУРА

Строительные конструкции, здания и сооружения

УДК 624.072.33.012.45



А.А. Котов

Мурманский арктический университет

ТРЕЩИНООБРАЗОВАНИЕ В ЖЕЛЕЗОБЕТОННОЙ РАМЕ И ОТНОСИТЕЛЬНАЯ ИНТЕГРАЛЬНАЯ ЖЕСТКОСТЬ ЕЕ ЭЛЕМЕНТОВ

В сооружениях с монолитным железобетонным каркасом трещинообразование в элементах и ползучесть бетона существенно уменьшают их первоначальную изгибную жесткость и влияют на распределение усилий между ними. Для получения правильного распределения усилий в конечноэлементных расчетных моделях сооружений следует назначать реальную изгибную жесткость элементов этих моделей, а для этого предварительно должен быть решен вопрос об относительных интегральных жесткостях характерных элементов каркаса, определяемых процессами трещинообразования и ползучести в бетоне. В представленной работе расчетным путем решен вопрос об относительных интегральных жесткостях изгибаемых и сжато-изогнутых элементов рамы.

Железобетон, трещинообразование, ползучесть, расчетная модель, статическая неопределимость, интегральная жесткость.

В статически неопределимых пространственных расчетных моделях сооружений распределение усилий между элементами существенно зависит от соотношения их жесткостей. Поэтому норматив [4] в таких расчетных моделях сооружений из монолитного железобетона для получения правильного распределения усилий предписывает уменьшать номинальную жесткость вертикальных сжато-изогнутых элементов коэффициентом 0,6, а горизонтальных изгибаемых – коэффициентом 0,2 при работе с трещинами и коэффициентом 0,3 при работе без трещин.

Эти указания доступны критике как минимум с двух позиций. Во-первых, до первоначального расчета монолитного железобетонного каркаса в каком-либо конечно-элементном комплексе заранее неизвестно, работает ли данный горизонтальный изгибаемый элемент с трещинами или без трещин, поэтому неясно, какой коэффициент назначать: 0,2 или 0,3. С другой стороны, если в каркасе используются элементы без предварительного напряжения, то их работа без поперечных трещин в растянутой зоне бетона означает не что иное, как то, что эти элементы недогружены: в эффективном эксплуатационном состоянии с коэффициентами использования, близкими к единице, трещины в таких элементах обязательно должны быть. В соответствии с этими соображениями однозначно надо назначать 0,2, а не 0,3.

Во-вторых, вполне вероятно, что вся расчетная модель состоит из сжато-изогнутых вертикальных и изгибаемых горизонтальных элементов, и иных элементов просто нет. Тогда с учетом того, что распределение усилий зависит не от абсолютных значений жесткостей, а только от их соотношений, не обяза-

тельно понижать номинальную жесткость всех элементов, одних до 0,6, других до 0,2. Достаточно учесть, что жесткость горизонтальных изгибаемых уменьшится по сравнению с жесткостью вертикальных сжато-изогнутых до $0,2/0,6 = 0,33$. Это означает, что в подобных каркасах, если буквально следовать предписаниям [4], для получения правильного распределения усилий достаточно до одной трети понизить номинальную жесткость горизонтальных изгибаемых элементов, а жесткость вертикальных сжато-изогнутых оставить номинальной.

Наконец, сами величины понижающих коэффициентов 0,6 и 0,2, основанные на текущем опыте расчетов, испытаний и эксплуатации подобных конструкций, вряд ли можно считать безупречно точными. С накоплением информации в этих направлениях, в том числе и в отношении нелинейных физических свойств бетона, понижающих первоначальную жесткость железобетонных элементов, эти коэффициенты могут уточняться. Поэтому исследования в данном направлении, к которым относится предлагаемая статья, вполне можно считать актуальными.

В качестве объекта исследования выбрана П-образная рама с жесткими узлами, поскольку в ее составе имеются одновременно и изгибаемый горизонтальный элемент (ригель), и сжато-изогнутые элементы (стойки). Колонны имеют сечение 400×400 мм, ригель – 400×600 мм. Стойки и ригель формируются из объемных конечных элементов (8-узловой параллелепипед) размерами $50 \times 50 \times 50$ мм из бетона класса В25, работающего в условиях средней влажности. Нормативное сопротивление сжатию $R_c = 18,5$ МПа, растяжению – $R_p = 1,55$ МПа.

Вертикальные опорные связи установлены на всех нижних узлах колонн, а горизонтальные связи – только по средним рядам узлов опорных торцов колонн. Нагружение осуществляется по ригелю в виде сосредоточенных сил, прикладываемых к узлам его верхней поверхности, в том числе и над колоннами: нагрузка над колоннами предполагает воздействие вышестоящих колонн при работе рамы в многоэтажном сооружении. Общий вид рамы вместе с опорными связями и схемой модельного нагружения показан на рисунке 1.

Стойки и ригель армируются продольной арматурой А500 $\varnothing 16$: стойки – по углам, ригель – по три стержня на нижней и верхней гранях. Арматура протягивается по углам объемных бетонных конечных

элементов, габаритное расстояние от поверхностей – 50 мм. Поперечная арматура – хомуты А240 $\varnothing 6$ с шагом 400 мм на колоннах, 300 мм – в средней части ригеля и 200 мм – в опорных зонах ригеля. Армирование рамы показано на рисунке 2.

Для расчета величины ступени нагрузки в единицу времени необходимо приблизительно установить предельную величину нагрузки. Исходим из несущей способности ригеля рассматриваемой здесь рамы по сравнению с несущей способностью рассмотренной в [1] балки и, учитывая жесткость узлов соединения ригеля с колоннами, увеличиваем предполагаемое предельное значение узловой нагрузки в 1,5 раза, т.е. с 0,2 кН до 0,3 кН.

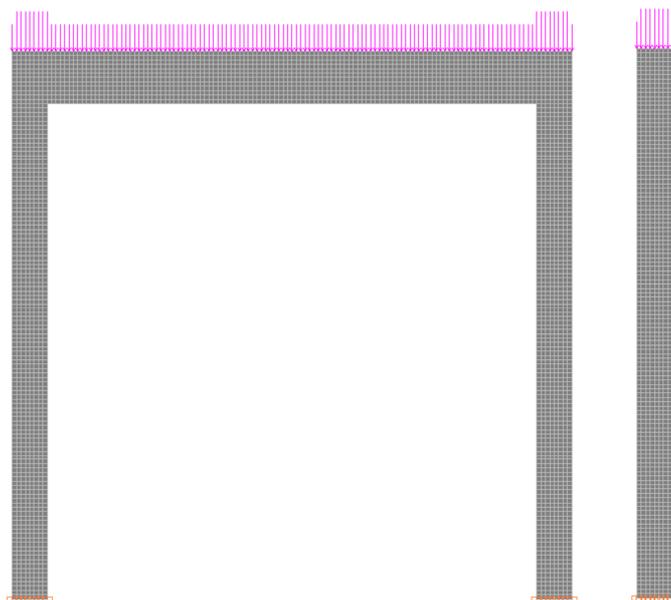


Рис. 1. Расчетная схема рамы с опорными связями и модельным нагружением, анфас и в профиль

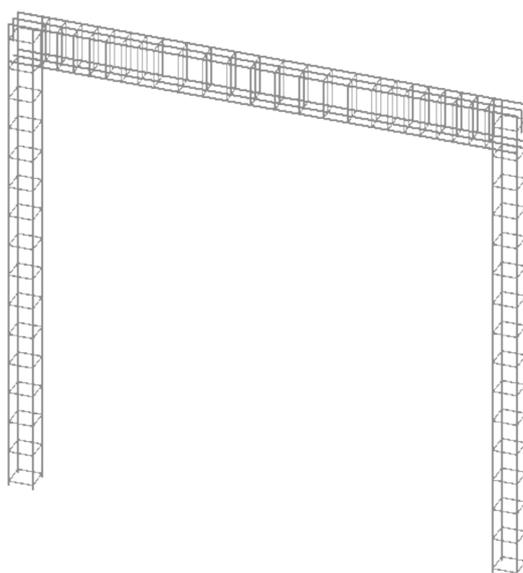


Рис. 2. Схема армирования рамы

Процесс нагружения распределяем на 20 сут.: 10 интервалов по 2 сут. Нагрузку добавляем равномерными ступенями на каждом шаге: 0,3 кН / 10 = 0,03 кН. Далее предполагалось выдержать конструкцию под постоянной нагрузкой до момента времени 220 сут. с фиксацией в промежуточные моменты через каждые 20 сут.

Модуль деформаций бетона в соответствии с работой [3] рассматривался как функция времени t и уровня напряжений η :

$$D_B^w(\eta, t) = \frac{E_b}{1 + \varphi_{b,cr}} (1 + a\varphi_{b,cr}s_t \cos(b\pi\eta)). \quad (1)$$

В ней для бетона класса В25, работающего в условиях средней влажности: $E_b = 30 \cdot 10^3$ МПа; $\varphi_{b,cr} = 2,5$; $a = 1,8$; $b = 0,45$. При этих значениях параметров формула (1) принимает вид

$$D_B^w(\eta, t) = 8,57 \cdot 10^3 (1 + 4,5s_t \cos(1,413\eta)), \text{ МПа}. \quad (2)$$

Здесь в соответствии с [3]

$$s_t = \left(e^{-2 \cdot 10^{-4}t} + e^{-2 \cdot 10^{-5}t} + e^{-2 \cdot 10^{-6}t} + e^{-2 \cdot 10^{-7}t} + e^{-2 \cdot 10^{-8}t} + e^{-2 \cdot 10^{-9}t} \right) / 6. \quad (3)$$

Ниже представлена таблица параметров балки в назначенные к рассмотрению моменты ее состояния (табл. 1) в процессе нагружения в течение 20 суток.

Модули деформаций в последнем столбце таблицы 1 зависят от уровня напряжений η , который может быть разным в разных точках бетонного массива конструкции. Уровень напряжения в каждом бетонном объемном конечном элементе стоек оценивается по величине нормального напряжения в поперечном сечении ригеля или стойки путем сопоставления его с нормативным сопротивлением сжатию 18,5 МПа или растяжению 1,56 МПа. Нормативное сопротивление разделяется на 10 диапазонов. Распределение уровней напряжения по их диапазонам при сжатии и растяжении представлено в таблице 2. В соответствии с этим в каждой из итераций анализируется распределение напряжений и при необходимости в соответствующих местах уменьшается модуль деформаций.

Таблица 1

Значения параметров режима нагружения в разные моменты времени

Номер шага	Время в сутках	Узловая нагрузка, кН	s_t	$D(\eta)$, МПа
0	0	0	1,000	$8,57 \cdot 10^3 [1 + 4,50 \cos(1,413\eta)]$
1	2	0,03	0,617	$8,57 \cdot 10^3 [1 + 2,78 \cos(1,413\eta)]$
2	4	0,06	0,571	$8,57 \cdot 10^3 [1 + 2,57 \cos(1,413\eta)]$
3	6	0,09	0,557	$8,57 \cdot 10^3 [1 + 2,51 \cos(1,413\eta)]$
4	8	0,12	0,518	$8,57 \cdot 10^3 [1 + 2,53 \cos(1,413\eta)]$
5	10	0,15	0,506	$8,57 \cdot 10^3 [1 + 2,28 \cos(1,413\eta)]$
6	12	0,18	0,486	$8,57 \cdot 10^3 [1 + 2,19 \cos(1,413\eta)]$
7	14	0,21	0,475	$8,57 \cdot 10^3 [1 + 2,14 \cos(1,413\eta)]$
8	16	0,24	0,465	$8,57 \cdot 10^3 [1 + 2,09 \cos(1,413\eta)]$
9	18	0,27	0,457	$8,57 \cdot 10^3 [1 + 2,06 \cos(1,413\eta)]$
10	20	0,30	0,450	$8,57 \cdot 10^3 [1 + 2,03 \cos(1,413\eta)]$

Таблица 2

Диапазоны напряжений и соответствующие им уровни напряжений

Диапазоны сжимающих напряжений, МПа	Уровни напряжений η	Диапазоны растягивающих напряжений, МПа
0–1,85	0,1	0–0,156
1,86–3,70	0,2	0,157–0,312
3,71–5,55	0,3	0,313–0,468
5,56–7,40	0,4	0,469–0,624
7,41–9,25	0,5	0,625–0,780
9,26–11,10	0,6	0,781–0,936
11,11–12,95	0,7	0,937–1,092
12,96–14,80	0,8	1,093–1,248
14,81–16,65	0,9	1,249–1,404
16,66–18,50	1,0	1,405–1,560

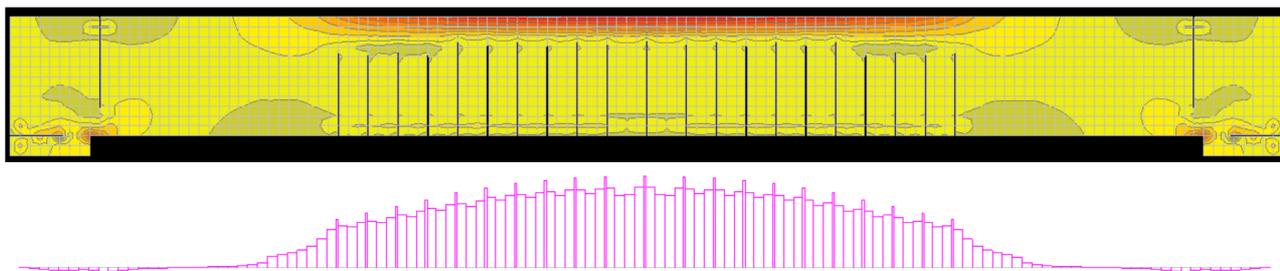


Рис. 3. Итерация 55. Предельное состояние рамы.
Нормальные напряжения и трещины в бетоне и усилия в арматуре ригеля

На втором шаге по времени, т.е. в момент 4 сут. при узловой нагрузке 0,06 кН, на 4-й расчетной итерации, наибольшие растягивающие напряжения в бетоне в среднем сечении ригеля достигли своего нормативного сопротивления 1,560 МПа. Здесь начинаем формировать первую трещину, продвигая ее вверх до появления над ее вершиной сжимающих напряжений. Стабилизация состояния рамы после завершения динамического процесса образования первой трещины была достигнута на 7-й итерации. При этом напряжения в сжатой зоне остались на 1-м уровне, а в растянутой достигли 10-го уровня.

Следующие две трещины начали образовываться в растянутой зоне ригеля на 15-й итерации, после очередного догружения до 0,12 кН узловой нагрузки в момент времени 8 сут. При этом максимальный уровень сжимающих напряжений составил 0,3, а в растянутой зоне модуль деформаций бетона пришлось уменьшить на три ступени ниже 10-го уровня. Одновременно в верхних растянутых зонах стоек начала образовываться горизонтальная трещина. Стабилизация рамы после завершения образования вторых трещин в ригеле и первой трещины в стойках наступила после 22-й итерации. В промежутке между 15-й и 22-й итерациями максимальный уровень сжимающих напряжений составил 0,4, а в растянутой – 1,5, т.е. модуль деформаций в растянутой зоне был понижен на 5 ступеней после модуля деформаций, соответствующего уровню 1,0.

Далее процессы образования очередных трещин в нижней и верхней растянутых зонах ригеля и в верхней и нижней растянутых зонах ригеля инициировались при узловых нагрузках 0,15 кН (10 сут., итерация 23); 0,18 кН (12 сут., итерация 31); 0,21 кН (14 сут., итерация 39); 0,24 кН (16 сут., итерация 43); 0,27 кН (18 сут., итерация 47); 0,30 кН (20 сут., итерация 50). Завершались эти процессы стабильными состояниями рамы, наступавшими соответственно на 30-й итерации (10 сут., 0,15 кН); 38-й итерации (12 сут., 0,18 кН); 42-й итерации (14 сут., 0,21 кН); 46-й итерации (16 сут., 0,24 кН); 49-й итерации (18 сут., 0,27 кН); 55-й итерации (20 сут., 0,30 кН). На рисунке 3 показаны трещины и напряжения в бетоне и усилия в арматуре в ригеле в предельном состоянии рамы. В ригеле видны 11 пар трещин в нижней растянутой зоне в центральной его части и по одной трещине в верхних растянутых зонах на его концах. Наибольшее сжимающее напряжение в бетоне ригеля достигло величины 9,84 МПа, что существенно меньше нормативного сопротивления сжатию $R_c = 18,5$ МПа.

Наибольшее усилие в растянутой арматуре ригеля составило 101,8 кН, что при площади сечения арматурного стержня $2,011 \text{ см}^2$ дает величину напряжения примерно 506 МПа, т.е. несколько больше нормативного сопротивления 500 МПа.

На рисунке 4 показаны трещины и напряжения в бетоне и усилия в арматуре в стойке в предельном состоянии рамы (верхняя и нижняя части стойки для компактности изображения показаны по отдельности).

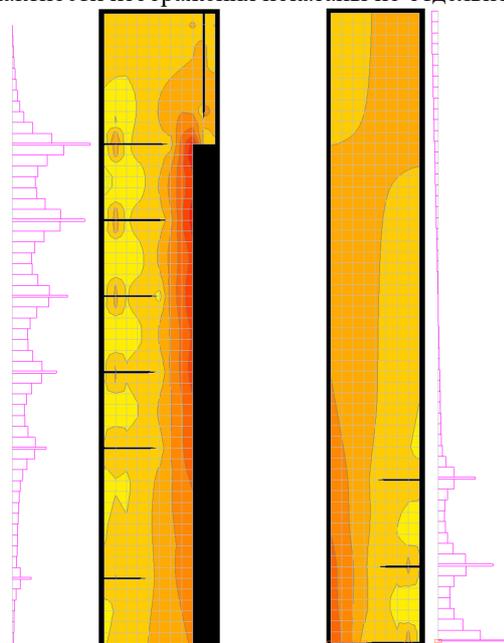


Рис. 4. Итерация 55. Предельное состояние рамы.
Нормальные напряжения и трещины
в бетоне и усилия в арматуре в стойке.
Верхняя (слева) и нижняя части

В растянутых зонах стоек также образовались трещины: шесть в верхней наружной и три в нижней внутренней. Наибольшее сжимающее напряжение в бетоне стоек достигло величины 15,53 МПа, что заметно меньше нормативного сопротивления сжатию $R_c = 18,5$ МПа. Наибольшее усилие в растянутой арматуре ригеля составило 105,1 кН, что при площади сечения арматурного стержня $2,011 \text{ см}^2$ дает величину напряжения 522 МПа, т.е. заметно больше нормативного сопротивления 500 МПа. Таким образом, растянутая арматура ригеля и стоек исчерпала свою несущую способность, и рама при нагружении в течение 20 суток до узловой нагрузки 0,30 Т достигла своего предельного состояния. Намеченная ранее в программе числового моделирования рамы длительная выдержка под узловой нагрузкой 0,030 Т оказалась невозможной.



Рис. 5. Максимальный прогиб в ригеле реальной рамы с трещинами и с учетом ползучести



Рис. 6. Максимальный прогиб в ригеле виртуальной упругой рамы без трещин

Сравнивая предельное состояние рамы, полученное с учетом трещинообразования в бетоне и ползучести бетона, с состоянием под этой же нагрузкой виртуальной рамы без трещин в бетоне и при его работе с начальным модулем упругости, можно получить относительную интегральную жесткость ее элементов так, как это было предложено в работе [2]. Максимальный прогиб в ригеле в предельном состоянии с учетом трещинообразования и ползучести бетона согласно рисунку 5 составил 15,4 мм.

Максимальный прогиб в ригеле виртуальной упругой рамы без трещин согласно рисунку 6 составил 3,5 мм.

Из сравнения прогибов в ригелях реальной рамы с трещинами и виртуальной рамы без трещин получается относительная интегральная жесткость ригеля с трещинами с учетом нелинейных свойств бетона:

$$\beta_p = \frac{3,5}{15,4} = 2,3.$$

Это полученное здесь значение относительной интегральной жесткости достаточно хорошо согласуется с рекомендациями норматива [4] о понижении жесткости изгибаемых элементов с трещинами коэффициентом 0,2. Кроме того, ранее в работе [1] аналогичным способом была получена относительная интегральная жесткость статически определимой железобетонной балки в размере также $\beta = 0,23$. Совпадение значений этих двух относительных интегральных жесткостей с точностью до второго знака говорит о том, что снижение интегральной жесткости изгибаемого железобетонного элемента если и зависит от граничных условий на его краях, то несущественно.

Для оценки относительной жесткости сжато-изогнутого элемента, каковым является стойка, сравним наибольшие в стойке горизонтальные перемещения: в реальной раме с трещинами в предельном состоянии и в виртуальной раме без трещин с начальным модулем деформаций бетона при той же нагрузке. В реальной раме наибольшее горизонтальное перемещение в стойке составило 6,4 мм, в виртуальной – 1,5 мм. Из сравнения этих перемещений относительная интегральная жесткость стоек с трещи-

нами с учетом нелинейных свойств бетона получается в размере

$$\beta_c = \frac{1,5}{6,4} = 2,3.$$

Таким образом, относительные интегральные жесткости изогнутого ригеля и сжато-изогнутой стойки с точностью до второго знака получились в нашем расчете одинаковыми, несмотря на то, что в стойках трещинообразование существенно менее значительное, чем в ригеле. Во-первых, этот результат заметно отличается от рекомендаций норматива [4] о том, что жесткость сжато-изогнутых элементов надо понижать коэффициентом 0,6. Во-вторых, выявленная в данном расчете одинаковость относительных интегральных жесткостей ригеля и стойки позволяет выдвинуть предположение, что можно говорить об относительных интегральных жесткостях не отдельных элементов, а всей рамы в целом. Продолжение этой логики приводит к следующему выводу: поскольку одинаковое понижение жесткости всех элементов каркасного сооружения, которое можно было бы делать на основании полученного здесь результата, не приведет к перераспределению усилий между элементами, то все жесткости при формировании конечно-элементных моделей можно оставлять номинальными.

Литература

1. Котов, А. А. Интегральная жесткость железобетонной балки с учетом трещинообразования и ползучести / А. А. Котов // Вестник гражданских инженеров. – 2023. – № 1 (96). – С. 22–32.
2. Котов, А. А. Исследование железобетонной балки методом конечных элементов / А. А. Котов // Вестник гражданских инженеров. – 2016. – № 5 (58). – С. 79–85.
3. Котов, А. А. Модуль деформаций бетона как функция уровня нагружения и времени / А. А. Котов // Актуальные проблемы строительной отрасли и образования – 2021: сборник докладов Второй Национальной научной конференции (Москва, 8 декабря 2021 г.). – Москва: МИСИ – МГСУ. – 2022. – С. 27–35.
4. СП 52-103-2007. Железобетонные монолитные конструкции зданий // Москва: ФГУП «НИЦ Строительство». – 2007. – 22 с.

A.A. Kotov
Murmansk Arctic University

**CRACK FORMATION IN REINFORCED CONCRETE FRAME AND THE
RELATIVE INTEGRAL STIFFNESS OF ITS ELEMENTS**

In structures with a monolithic reinforced concrete frame, crack formation in the elements and creep of concrete significantly reduce their initial bending stiffness and affect the distribution of forces between them. To obtain the correct distribution of forces in finite element design models of structures, the real bending stiffness of the elements of these models should be assigned, and for this, the question of the relative integral stiffness of the characteristic elements of the frame, determined by the processes of cracking and creeping in concrete, must be resolved first. In the presented work the question of the relative integral stiffness of the bent and compressed-curved frame elements is solved by calculation.

Reinforced concrete, crack formation, creep, calculation model, static indeterminacy, integral stiffness.