



*А.А. Рахимов*  
*Политехнический институт Таджикского технического университета*  
*имени академика М.С. Осими*

## ПРОГРАММНОЕ И СИСТЕМНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКЕ ОБУЧАЮЩИХСЯ В ТЕХНИЧЕСКОМ ВУЗЕ

В статье рассматриваются вопросы системного и программного представления компьютерного моделирования процесса математической подготовки студентов в техническом вузе, а также проанализированы различные компьютерные программы, такие как Wolfram Alpha, онлайн-калькулятор и другие программы. Для вычисления задач численными методами предложена другая версия разработки программного обеспечения, разработанная в среде программы JavaScript. Эти программы смогут помочь в обучении математике студентам, ученикам, а также преподавателям на всех ступенях образования.

Программное обеспечение, компьютерное моделирование, модель, математика, компьютерные программы, программа Wolfram Alpha, онлайн-калькулятор, C++, Python, JavaScript.

Компьютерные системы, программы и технологии, которые они позволяют использовать, играют все более важную роль в работе и повседневной жизни. Таким образом, способность использовать компьютеры для решения задач является важной компетенцией, которую студенты должны развивать, чтобы преуспеть в современном цифровом мире. Даже люди, которые не планируют карьеру в области вычислительной техники, могут получить пользу от развития навыков решения вычислительных задач, поскольку эти навыки улучшают понимание и решение широкого спектра проблем, выходящих за рамки информатики.

«Решение численными методами» – это итеративный процесс разработки вычислительных решений проблем, которые выражаются в виде логических последовательностей шагов (т.е. алгоритмов), где каждый шаг точно определен, чтобы его можно было выразить в форме, которую может выполнить компьютер [2].

В работах таких российских ученых, как М.А. Наumenko (о преподавании математики с помощью технических средств и использования компьютерного моделирования), Т.А. Иванова, Д.Л. Егоренков, О.А. Тарасова, Э.Т. Селиванова [12], К.А. Федулова, Ж.И. Солодовиченко, Штофф В.А., Л.А. Шкутина и Т.В. Чернякова, обоснованы методы обучения математике посредством компьютерного моделирования, использования технологических и информационных средств, использования компьютерных программ при обучении геометрии, математических моделей в обучении будущих инженеров.

В работах современных таджикских исследователей С.Г. Гуломнабиева [3], З.А. Аминовой [5], М. Нугмонова [4], Н.С. Абдуллоева [6] и А.А. Рахимова [1–2, 14] рассмотрены вопросы использования компьютерных программ, применения математического и компьютерного моделирования, а также ис-

пользование технических средств в процессе обучения.

Следует отметить, что в настоящее время описано использование компьютерных программ в процессе обучения математике [7–11], использование программы Maple и программы JavaScript на теоретических и практических занятиях, что позволяет эффективно внедрять компьютерное моделирование в процесс обучения студентов технических вузов математике.

Постановка задачи заключается в разработке программного и системного обеспечения для решения задач вычислительного метода с использованием компьютерных программ и технологий. Основной целью работы является создание удобного и функционального инструмента, который позволит пользователям эффективно решать задачи, связанные с численными методами, и внедрять вычислительное моделирование в процесс математической подготовки студентов технических направлений вузов.

Создание программного обеспечения для решения задач вычислительного метода представляет собой инновационный подход, который будет вносить существенный вклад в образовательное пространство. Разработка таких программ обеспечит студентов и начинающих специалистов необходимыми инструментами для эффективного освоения и применения численных методов в обучении математике. Более того, данное программное решение будет способствовать развитию вычислительного мышления и повышению уровня компетенций в области программирования и математики.

Статья включает анализ существующих исследований, проведение экспериментов для тестирования программного обеспечения, проектирование интерфейса и модулей. Комбинация этих методов позволит получить полное понимание разрабатываемого программного решения и оценить его эффективность.

Численные (вычислительные) методы – методы решения математических задач в численном виде. Представление как исходных данных в задаче, так и ее решения – в виде числа или набора чисел.

Многие численные методы являются частью библиотек математических программ. В системе подготовки инженеров технических специальностей они являются важной составляющей.

Основами для вычислительных методов являются:

- решение систем линейных уравнений;
- интерполирование и приближенное вычисление функций;
- численное интегрирование;
- численное решение системы нелинейных уравнений;
- численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений;
- численное решение уравнений в частных производных (уравнений математической физики);
- решение задач оптимизации.

Проводится анализ популярных языков программирования, которые широко используются в веб-разработке. Эти языки включают в себя такие инструменты, как Python, Java, C++, Fortran и JavaScript. Рассмотрим их особенности и преимущества при разработке программного обеспечения для решения задач численного метода.

Python, пользующийся широкой популярностью среди научного сообщества, предоставляет удобные средства для работы с численными методами. Его мощные библиотеки для символьных вычислений, численного решения уравнений и визуализации делают его привлекательным выбором для научных исследований.

SymPy – это библиотека Python для символьных вычислений, позволяющая проводить аналитическое решение задач.

SciPy – это ключевая библиотека для научных вычислений в Python, предоставляющая множество функций для численного решения дифференциальных уравнений, включая различные методы, такие как метод Эйлера и метод Рунге – Кутты.

FiPy – специализированная библиотека Python для решения частных дифференциальных уравнений.

Эти библиотеки делают Python мощным инструментом для работы с численными методами и научными вычислениями.

Библиотека Numeric предоставляет решения для разнообразных численных задач в JavaScript. Несмотря на то, что JavaScript не является прямым выбором для сложных вычислительных задач, в некоторых случаях его производительность достаточна. Numeric содержит более сотни функций для численной математики, включая операции с векторами и матрицами, решение задач линейной алгебры, работу с разреженными матрицами, комплексными числами и решение систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Графическое представление результатов осуществляется с помощью библиотеки Flot.

Fortran изначально разрабатывался для решения сложных вычислительных задач и по-прежнему остается популярным выбором для научных и инженерных приложений, особенно на параллельных вычислительных системах. Он предлагает мощные средства для численных вычислений и оптимизации, и его компиляторы входят в список значимых достижений в области информатики.

C++ является универсальным объектно-ориентированным языком программирования. Он широко используется в различных областях – от системного программирования до создания приложений с графическим интерфейсом пользователя. Помимо возможностей, которые дает C, C++ предоставляет гибкие и эффективные средства определения новых типов – объектов. При правильном использовании этот метод позволяет сокращать программный код, создавать программы, легкие для понимания и контроля.

Исходя из изученных материалов и имеющих навыков в области языков программирования, для проектной части исследовательской работы были выбраны язык разметки HTML, язык стилей CSS и интерактивный язык JavaScript.

Решение задач вычислительного метода включает в себя применение математических и алгоритмических методов для моделирования и решения различных задач, таких как численное интегрирование, решение дифференциальных уравнений, решение линейных уравнений и другие. Существует множество веб-сайтов и приложений, которые предоставляют инструменты и ресурсы для решения таких задач.

На рисунке 1 показано решение системы линейных уравнений с помощью программы Maple. Оно было совершено с помощью оператора *solve*. Нужно выделить, что использование всех возможностей Maple может потребовать времени и усилий для изучения, особенно для новичков в программировании и математике, что является его главным минусом. Также Maple предоставляет свой собственный язык программирования, что может усложнить работу пользователям, привыкшим к другим языкам программирования, таким как Python или Matlab.

Для эффективной работы Maple требует мощные компьютеры с большим объемом оперативной памяти. Maple является коммерческим программным обеспечением, и для его использования требуется приобрести лицензию. Это может быть препятствием для студентов и небольших организаций с ограниченным бюджетом.

Таким образом, Maple является мощным инструментом для математического вычисления, которая очень полезна для студентов и профессионалов.

Wolfram Alpha – это онлайн-программа, предназначенная для решения математических, инженерных и научных задач. Она позволяет получить информацию о математических объектах, решать математические задачи, строить график функций и поверхностей. Доступна как бесплатная версия с ограниченными возможностями, так и платная с расширенным функционалом.

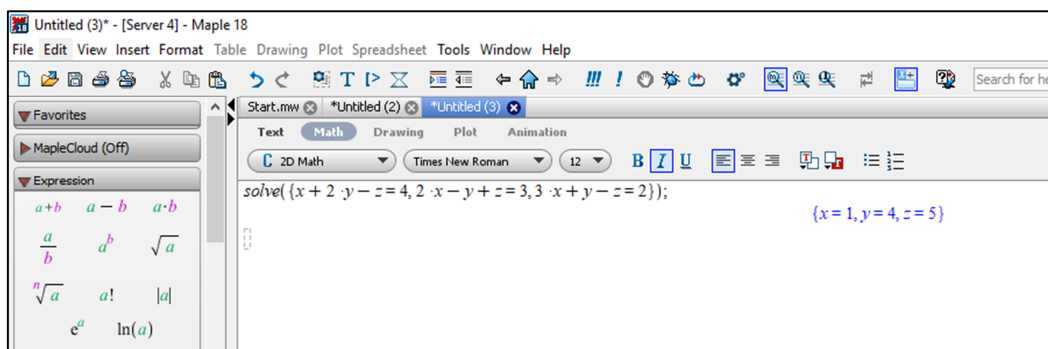


Рис. 1. Решение систем линейных уравнений в Maple



Рис. 2. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений

Программа охватывает множество разделов математики, включая высшую математику технического вуза, и предоставляет готовые ответы, что полезно для обучения и самопроверки.

На рисунке 2 показано решение обыкновенного дифференциального уравнения. Система решила его, предоставила результат и определила тип уравнения – линейное обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка. Пошаговое решение недоступно в бесплатной версии, его нужно купить. Важно отметить, что Wolfram Alpha поддерживает только английский язык.

Wolfram Alpha предоставляет широкий спектр возможностей, включая поиск информации, решение уравнений, построение графиков, дифференцирование, интегрирование, а также готовые результаты, что упрощает процесс получения информации. Программа имеет удобный интерфейс, с которым легко взаимодействовать: при наборе первых символов выдается похожий запрос, и выбрав готовый шаблон, можно изменить его под свои данные. В отличие от специализированных математических программ, таких как Matlab, Maple, Mathcad, она разработана специально

для использования в онлайн-режиме, не требуя установки на компьютер.

#### **Анализ онлайн-калькуляторов для решения задач вычислительного метода**

Выше описанные программы, Maple и Wolfram Alpha, хоть и предоставляют мощные возможности для вычисления, обладают интерфейсом, который может быть сложным для восприятия и повседневного использования неспециалистом. Пользователям, не имеющим глубоких знаний в области математики и программирования, может быть трудно использовать эти программы эффективно. Для решения данной задачи существуют более доступные и удобные онлайн-калькуляторы для решения задач вычислительного метода. Они подходят для широкого круга пользователей и имеют простой интерфейс, который позволяет быстро и удобно выполнять различные вычисления.

Онлайн-калькулятор Math (<https://math.semestr.ru/>) можно использовать для проверки своего решения по многим математическим и экономическим дисциплинам. Результат решения – это отчет в формате Word (и Excel при необходимости), содержащий ход решения с комментариями, исходные формулы и выводы.

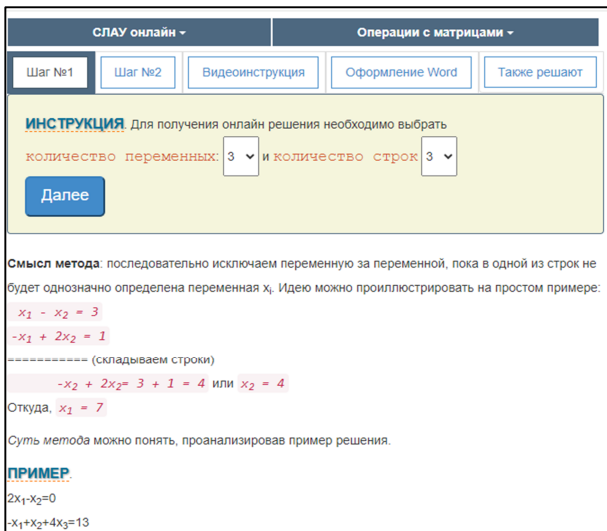


Рис. 3. Решение СЛАУ методом Гаусса с помощью онлайн-калькулятора Math (шаг 1)

Данный ресурс предоставляет решение по таким направлениям вычислительной математики, как методы поиска нулей функции, методы минимизации функций, итерационные методы решения системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), прямые методы решения СЛАУ, численное интегрирование функций, вычисление определителей.

На рисунке 3 представлен первый шаг решения СЛАУ методом Гаусса, где сначала нужно выбрать количество переменных и количество строк. Важно отметить, что тут показаны такие возможности веб-ресурса, как видеоинструкция и оформления решение СЛАУ в Word, а также описывается смысл метода, пример решения и вывод.

На рисунке 4 продемонстрирован второй шаг решения СЛАУ, где необходимо заполнить коэффициенты перед переменными и выбрать метод решения. При заполнении необходимых данных выводится пошаговое решение и результат. Как видно, онлайн-калькулятор имеет простой интерфейс, который упрощает ввод данных.

В целом онлайн-калькулятор Math представляет собой полезный инструмент для решения математических и экономических задач с простым интерфейсом, подробными шагами решения и возможностью генерировать отчеты. Однако следует учитывать его ограничения по функциональности и необходимость доступа в интернет для использования.

Исходя из проведенных анализов можно сделать вывод, что для разработки программы для решения задач вычислительного метода, важно учесть принципы, выделенные в данном разделе. Программа должна предоставлять понятный интерфейс, обеспечивать высокую точность результатов, работать эффективно и надежно, а также быть доступной в интернете.

#### Моделирование прецедентов использования

Существует несколько методов визуализации, использующихся для моделирования поведения системы, – диаграмма прецедентов использования, диаграмма

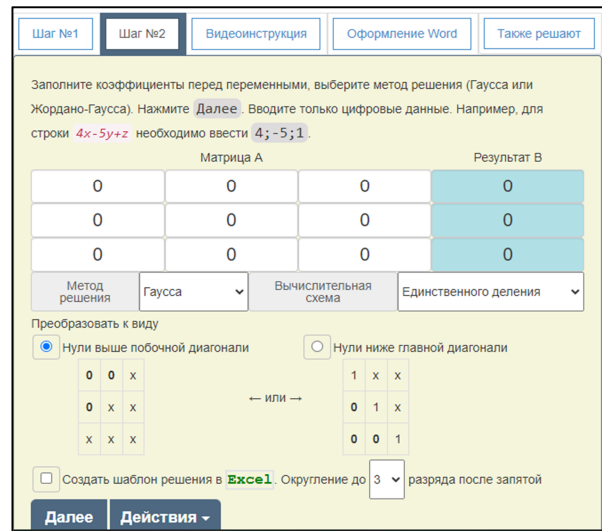


Рис. 4. Решение СЛАУ методом Гаусса с помощью онлайн-калькулятора Math (шаг 2)

последовательностей, диаграмма коммуникации и диаграмма деятельности.

Диаграмма вариантов прецедентов – это тип поведенческой диаграммы UML, который позволяют визуализировать различные типы ролей в системе и то, как эти роли взаимодействуют с системой.

Данная диаграмма вариантов прецедентов описывает взаимодействие между пользователем и системы. Описание действия каждого актеров:

1. Выбор методов вычислительного метода (пользователь): пользователь может выбрать методы для решения конкретных задач из имеющего списка.
2. Ввод данных для вычисления (пользователь): после выбора метода пользователь вводит необходимые данные для расчета.
3. Просмотр результата (пользователь): после завершения расчета пользователь может рассматривать результат
4. Обработка запроса и решение задачи (система): в данном этапе система обрабатывает данные в соответствии с данными, которые вводил пользователь. Далее выполняется необходимые шаги для получения результата.

Таким образом, диаграмма вариантов прецедентов по данной теме описывает поведение основных актеров: пользователя и системы.

Модель деятельности описывает поведение, в котором участвуют несколько элементов системы. Это может быть поведение, которое участвует в выполнении конкретной задачи, или части функциональности, которую можно использовать в разных частях системы.

Диаграмма деятельности показывает шаги вычисления. Каждый шаг деятельности называется действием. Действия нельзя разбить на более мелкие части. Диаграмма деятельности описывает, какие шаги выполняются последовательно, а какие – параллельно. Передача управления от одного состояния вида деятельности к другому называется потоком управления.

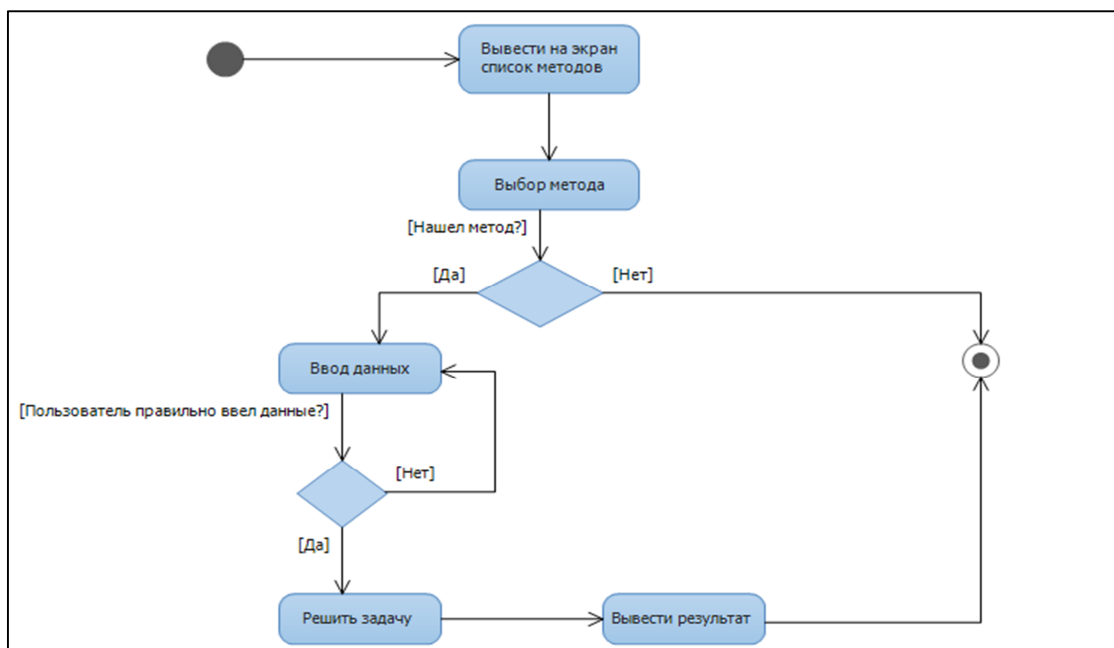


Рис. 5. Алгоритм деятельности программного обеспечения

Выше представлен алгоритм деятельности для исследуемой темы (рис. 5).

Алгоритм деятельности для темы «Разработка программы для решения задач вычислительного метода» начинается с блока «Начало», которая означает старт процесса. От этого блока линия идет к блоку «Вывести на экран список методов», где будут отображаться доступные методы.

Далее идет блок «Выбор метода», где пользователь выбирает метод для решения своей задачи. В зависимости от выбора пользователя процесс идет к блоку условия. Если пользователь не нашел метод, процесс заканчивается блоком «Конец». Если нашел метод для решения своей задачи, то идет линия к блоку «Ввод данных», где пользователь должен вводить данные, для того чтобы система решила задачу. Здесь устанавливается условие: если ввод данных неверен, сообщается ошибка о вводе данных и процесс заново идет к блоку «Ввод данных».

В блоке «Решить задачу» выполняются необходимые алгоритмы на основе выбранного метода и введенных значений. Результат задачи будет отображаться с помощью блока «Вывести результат». Процесс заканчивается с помощью блока «Конец».

Таким образом, алгоритм деятельности отображает собой основные шаги и условия, которые выполняются в процессе работы программы.

Рассмотрим один раздел из численного метода – элементарную теорию погрешностей. Построим блок-схему, алгоритм решения и реализуем с помощью компьютерного моделирования JavaScript.

**Определение 1.** Приближенным значением некоторой величины  $a$  называется число  $a_p$ , которое незначительно отличается от точного значения этой величины. Пусть  $a$  – точное значение некоторой величины, а  $a_p$  – ее приближенное значение.

**Определение 2.** Абсолютной погрешностью  $\Delta$  приближенного значения называется модуль разности между точным и приближенным значениями этой величины:

$$\Delta = a - a_p. \quad (1)$$

**Определение 3.** Относительной погрешностью приближенной величины  $a_p$  называется отношение абсолютной погрешности приближенной величины к абсолютной величине ее точного значения:

$$\delta = \frac{|a_p - a|}{a} = \frac{\Delta}{|a|}. \quad (2)$$

Это равенство можно записать в другой форме:  $|a|\delta$ .

Таким образом, алгоритм нахождения абсолютной и относительной погрешности представлен ниже на рисунке 6:

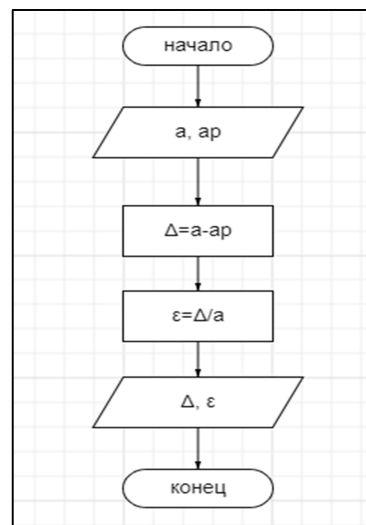


Рис. 6. Блок-схема нахождения абсолютной и относительной погрешности

Алгоритм решения:

1. Ввод  $a$ ,  $a_p$  (приближенное значение).

2. Вычисление абсолютной погрешности:  $\Delta = a - a_p$ .

3. Вычисление относительной погрешности:  $\epsilon = \Delta / |a_p|$ .

4. Вывод результатов абсолютной и относительной погрешности.

*Реализация программы с учетом выбранного языка*

Рассматриваются примеры кода и демонстрируются специфические возможности языка, которые использовались для реализации программы.

Для раздела вычислительного метода «Элементарная теория погрешностей» была разработана программа, которая предназначена для вычисления абсолютной и относительной погрешностей между фактическим и приближенным значениями. Веб-сайт состоит из HTML-разметки, CSS-стиля и JavaScript-кода.

HTML-разметка определяет форму для ввода фактического и приближенного значений, а также кнопку для запуска расчета погрешностей. Результаты расчета отображаются в специальном контейнере.

JavaScript-код выполняет расчеты погрешностей при нажатии на кнопку. Функция `calculateErrors()` получает значения из полей ввода, проверяет их на корректность, а затем вычисляет абсолютную и относительную погрешности. Результаты отображаются в виде текста с помощью `innerText`.

Программа также предусматривает обработку ситуации, когда введены некорректные значения или когда введено нечисловое значение. В этом случае выводится соответствующее сообщение о необходимости ввода корректных значений.

Ниже представлен скрипт, который используется для вычисления абсолютной и относительной погрешностей:

```
<script>
function calculateErrors() {
  const actualValueparseFloat (document.getElementById ('actualValue').value);
  const approximateValue = parseFloat (document.getElementById ('approximateValue').value);
  if (isNaN(actualValue) || isNaN(approximateValue)) {
    document.getElementById('result').innerText = 'Пожалуйста, введите корректные значения.';
    return;}
  const absoluteError = Math.abs(actualValue - approximateValue);
  const relativeError = Math.abs((actualValue - approximateValue) / actualValue) * 100;
  const resultMessage = `Абсолютная погрешность: ${absoluteError.toFixed(5)}  
<br>Относительная погрешность: ${relativeError.toFixed(5)} `;
  document.getElementById('result').innerHTML = resultMessage;}
</script>
```

Функция начинается с извлечения значений фактического и приближенного из HTML-элементов с

помощью метода `getElementById()`. Затем проверяется, являются ли введенные значения числами с помощью `isNaN()`. Если хотя бы одно из значений не является числом, выводится сообщение об ошибке.

В случае корректных введенных значений, функция вычисляет абсолютную погрешность, вычитая приближенное значение из фактического и применяя функцию `Math.abs()` для получения абсолютного значения. Затем вычисляется относительная погрешность делением абсолютной погрешности на фактическое значение, умноженное на 100 для получения процентного значения.

Затем создается строка `resultMessage`, содержащая результаты расчетов. Данные выводятся в HTML-элементе с идентификатором 'result' с помощью свойства `innerHTML`, чтобы отобразить разметку HTML, которая включает в себя вычисленные значения абсолютной и относительной погрешностей.

Код является примером простого и понятного интерактивного веб-сайта для расчета погрешностей, который может быть легко встроено на веб-страницу для использования конечными пользователями.

1. В ходе данной работы была проведена обширная аналитическая работа, направленная на изучение предметной области вычислительного метода и анализа существующих программных продуктов в этой области.

2. В результате исследования были рассмотрены элементарная теория погрешностей, алгебра матриц, методы решения систем линейных уравнений, нелинейных уравнений, а также методы решения дифференциальных уравнений. Также проведен обзор техник и технологий создания и разработки программного обеспечения, что является важным для дальнейшего развития программного продукта в современном мире.

3. Также были рассмотрены прецеденты использования, моделирование деятельности, классов, взаимодействия и моделирование прецедентов использования, что позволило разработать более полное представление о функциональности и структуре программного продукта.

4. Описана реализация программы для решения задач вычислительного метода математики. Были рассмотрены основные этапы реализации программы с учетом выбранного языка программирования. Также проведено сравнение результатов задач, решенных с использованием разработанной программы, с результатами, полученными с использованием других программных продуктов.

На основе выполненной работы можно сделать вывод о том, что разработанная программа представляет собой эффективный инструмент для решения различных задач вычислительного метода раздела математики, процесса математической подготовки студентов технических направлений вузов. Сравнение результатов с другими программами подтверждает корректность работы программы и ее потенциал в решении математических задач. Разработка веб-интерфейса также обеспечивает удобство использования программы для широкого круга пользователей.

В дальнейшем планируется расширение функциональности программы, улучшение интерфейса и предоставление пошагово решения пользователям.

### Литература

1. Рахимов, А. А. Компьютерное моделирование как один из способов повышения эффективности обучения по высшей математике в техническом вузе // Вестник Костромского государственного университета. Серия: Педагогика. Психология. Социокинетика. – 2023. – Т. 29. – № 2. – С. 132–143.
2. Рахимов, А. А. Компьютерное моделирование как один из способов математической подготовки студентов в техническом вузе / А. А. Рахимов, Ф. Джалилов, М. М. Комилов // Психолого-педагогические и лингвокультурологические исследования: от теории к практике : Материалы XII Всероссийской научно-практической конференции, Москва, 08 июня 2023 года. – Москва : ООО «Академ-пресс», 2023. – С. 122–128. – EDN AWQSGO.
3. Гуломнабиев С. Г. Оид ба истифодаи барномаи Maple дар раванди таълим / С. Г. Гуломнабиев // Вестник Педагогического университета. Серия 2: Педагогика и психологии, методики преподавания гуманитарных и естественных дисциплин. – 2023. – № 4–1(18). – С. 148–157.
4. Нугмонов, М. Методическое обеспечение самостоятельной работы студентов по высшей математике в техническом вузе в условиях кредитной технологии обучения / М. Нугмонов, А. А. Рахимов // Вестник Педагогического университета. 2013. – № 5–2(54). – С. 200–205.
5. Аминова, З. А. Методика использования занимательных заданий в процессе обучения математике в 5 классе / З. А. Аминова, А. А. Рахимов // Вестник Челябинского государственного педагогического университета. – 2012. – № 7. – С. 11–20.
6. Абдуллоев, Н. С. Дифференциация обучения высшей математике при интеграции в него информационных технологий в технических вузах / Н. С. Абдуллоев, А. А. Рахимов // Вестник Череповецкого государственного университета. – 2012. – № 3-2(41). – С. 137–139.
7. Численные методы. Примеры и задачи. Учебно-методическое пособие по курсам «Информатика» и «Вычислительная математика». / Сост.: Ф. Г. Ахмадиев, Ф. Г. Габбасов, Л. Б. Ермолаева, И. В. Маланичев. – Казань : КГАСУ, 2017. – 107 с.
8. Глазырина, Л. Л. Введение в численные методы: учебное пособие / Л. Л. Глазырина, М. М. Карчевский. – Казань : Казан. ун-т, 2017. – 122 с.
9. Киясов Сергей Николаевич, Шурыгин Вадим Вадимович. Дифференциальные уравнения. Основы теории, методы решения задач: Учебное пособие / С. Н. Киясов, В. В. Шурыгин. – Казань : Казанский федеральный университет, 2011. – 112 с.
10. Рахимов, А. А. Использование компьютерного моделирования AUTOCAD в образовательном процессе для студентов технических направлений вуза / А. А. Рахимов // Наука и практика в образовании: электронный научный журнал. – 2024. – Т. 5, № 2. – С. 43–48. – DOI 10.54158/27132838\_2024\_5\_2\_43. – EDN CMTUEX.
11. Рахимов, А. А. Компьютерное моделирование один из способов повышения эффективности обучения по высшей математике в техническом вузе / А. А. Рахимов // Вестник Бохтарского государственного университета имени Носира Хусрава. Серия гуманитарных и экономических наук. – 2023. – № 1–1(107). – С. 147–159. – EDN EISATE.
12. Селиванова, Э. Т. Методика обучения основам компьютерного моделирования в педагогическом вузе и школе: Дис...канд.пед.наук [Текст] / Э. Т. Селиванова. – Новосибирск, 2000. – 144 с.

*A.A. Rakhimov*

*Polytechnic Institute of Tajik Technical University named after the academician M. Osimi*

### SOFTWARE AND SYSTEM REPRESENTATION OF COMPUTER MODELING FOR MATHEMATICAL TRAINING OF STUDENTS AT A TECHNICAL UNIVERSITY

This article discusses the issues of system and software representation of computer modeling of the process of mathematical training of students at a technical university. In addition, various computer programs such as Wolfram Alpha, online calculator and other programs are analyzed in this work. Another version of software development made in the JavaScript program environment is proposed for solving tasks by numerical methods. The use of computer modeling in the process of teaching mathematics increases the quality of education and students' interest in the subject. These programs will be able to help students and teachers at all levels of education in teaching Mathematics.

Software, computer modeling, model, Mathematics, computer programs, Wolfram Alpha program, online calculator, C++, Python, JavaScript.