



А.А. Рахимов
Политехнический институт Таджикского технического университета
имени академика М.С. Осими

РАЗЛИЧНЫЕ СПОСОБЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В ПРОЦЕССЕ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ СТУДЕНТОВ ТЕХНИЧЕСКИХ НАПРАВЛЕНИЙ

В статье рассматривается вклад компьютерного моделирования в процесс обучения математике, а также подготовку студентов в техническом вузе. Образование, а также компьютерное обеспечение производственных процессов являются одними из основных факторов социально-экономического развития общества. Использование компьютерных программ в процессе преподавания математики повышает качество обучения, интерес студентов к предмету. Также в статье приведены примеры построения моделей в различных компьютерных программах, таких как Ms Excel, Maple 18 и C++.

Компьютерное моделирование, модель, математика, компьютерные программы, программа Maple, Ms Excel, C++, цифровизация образования.

Введение

Образование является одним из основных факторов социально-экономического развития общества. Оно определяет будущий имидж общества.

Целью моделирования является исследование величин и поиск новых знаний об исходном исследуемом объекте.

Современные ученые, такие как М. Нугмонов, Н.С. Азимова, Т. Раджабов, Ж. Шарифов, Э. Саторов и другие, озабочены вопросом преподавания математики в средней и высшей профессиональных школах. Также в области преподавания информационных технологий и компьютерного моделирования исследователи Ф.С. Комилиян и Б.Ф. Файзализода вели научно-исследовательские работы, в которых рассматриваются теория и методика преподавания математики с точки зрения дидактики, педагогики, методики преподавания и воспитания. Известны имена российских ученых – М.А. Науменко (о преподавании математики с помощью технических средств и использования компьютерного моделирования) [3], Т.А. Иванова [2], Д.Л. Егоренков [1], О.А. Тарасова [11], Э.Т. Селиванова [9], К.А. Федулова [12], Ж.И. Солодовиченко [10], Штофф В.А. [15], Л.А и Т.В. Чернякова [13]. В их работах обоснованы методы обучения математике посредством компьютерного моделирования, использования технологических и информационных средств, использования компьютерных программ при обучении геометрии, математических моделей в обучении будущих инженеров, подготовки профессиональных учителей по интеграции педагогики и информационных технологий, а также методики обучения компьютерной графике, проводились исследования по ним для студентов вузов.

В работах Е.Т. Селивановой [9] исследуется методика преподавания компьютерного моделирования в пе-

дагогических вузах и средних школах, а также подготовка будущих учителей по преподаванию предмета компьютерного моделирования, о которой рассказывает К.А. Федулова [12]. Дидактические основы компьютерно-графического моделирования в обучении студентов изучены в работе Л.Н. Солодовиченко [10].

Материалы и методы

При подготовке данной работы использовались следующие методы: теоретико-методологический анализ, анализ и синтез, обсуждение. Также были рассмотрены теоретические материалы по исследуемой теме, проведен компьютерный анализ с использованием компьютерных программ. В настоящее время существуют мобильные приложения и сайты типа калькуляторов, которые ускоряют процесс решения систем алгебраических уравнений. Некоторые студенты могут испытывать затруднения с пониманием цели и порядка решения таких систем. Для адаптации процесса обучения к современным требованиям представляется целесообразным объединить несколько программ расчета. Сравнение результатов мотивирует студентов к более глубокому пониманию материала и сократит время, затрачиваемое на решение задач.

Результаты и обсуждение результатов

Многие исследователи (Л.Л. Босова, М.С. Дядченко, Г.А. Кручини, И.В. Роберт, Г.Р. Тараева и др.) показывают, что использование компьютеров и технических средств в учебном процессе предоставляет следующие преимущества: возможности предоставления учебной информации (использование мультимедийных технологий и внутренняя реальность позволяют создать реальную среду); повышение активной вовлеченности студентов в учебный процесс и т.д.

В работах современных таджикских исследователей С.Г. Гуломнабиева, У.Х. Хайтовой, Х.А. Худойбердиева, О.М. Солиева, А.А. Рахимова [5–7] и

Э. Ризоева рассмотрены использование компьютерных программ, применение компьютерного моделирования, математического моделирования и использование технических средств в процессе обучения.

Следует отметить, что использование компьютерных программ, в том числе Maple [5, 6] в процессе обучения математике [8] на теоретических и практических занятиях, влияет на эффективность процесса обучения студентов технических вузов математике.

Благодаря компьютерным технологиям математическое моделирование широко используется в химии, биологии, геологии, медицине, космонавтике, экономике, в военном деле, психологии, лингвистике и других естественных и гуманитарных науках.

Сущность компьютерного моделирования заключается в создании модели, представляющей собой программный комплекс, описывающий поведение системы в процессе эксплуатации. Компьютерная модель предназначена для проведения экспериментов на компьютере и состоит из двух частей – программной и аппаратной. Программная составляющая интерпретируется техническим устройством – процессором компьютера. Только в этом случае компьютерная модель показывает возможности моделируемого объекта.

Математическое моделирование играет важную роль в применении математических методов при решении различных практических задач. Математическая модель записывается в виде уравнений, неравенств, графиков и других математических соотношений и с необходимой точностью описывает важные стороны изучаемого объекта (системы). Замена изучаемого объекта (системы) подходящей моделью позволяет провести научное исследование объекта (системы) с использованием универсальных методов математики. С помощью математики мы учитываем широкий спектр фактов и наблюдений и на основе количественного анализа прогнозируем, как объект (система) будет вести себя в различных условиях и в будущем.

Исследования и эксперименты показывают, что использование компьютерного моделирования целесообразно при обучении не только математике, но и в различных областях. Математическое моделирование также широко распространено в сфере экономики. Например, в учебнике И.В. Орловой и В.А. Половникова [4] математические методы и модели в экономике используются с помощью компьютерного моделирования каждой экономической задачи, разработанных с помощью программы MS Excel.

Также при изучении теоретической части курса высшей математики полностью рассматриваются методы их использования. После теоретической части приводятся примеры решения ряда задач в виде математических моделей, что делает изучение математических методов и моделей в экономике более простым и доступным. В каждой задаче представлены компьютерные модели, полностью рассмотренные и спроектированные.

На основании исследований вышеупомянутых исследователей и результатов их работы можно сделать

вывод, что компьютерное моделирование делает процесс обучения математики более эффективным. Например, для решения задач в процессе обучения математике с использованием компьютерного моделирования можно использовать следующий алгоритм, который показан ниже (рис. 1).



Рис. 1. Решение примеров и задач с использованием компьютерного моделирования

В последние годы появление систем компьютерной математики и их постоянное развитие, как количественное, так и качественное, способствует повышению эффективности обучения математике.

Для решения математических или технических задач могут использоваться следующие компьютерные программы:

- 1) Ms Excel;
- 2) Matlab, Maple, Mathematica ;
- 3) программируемые компьютерные программы: Visual Basic, Python, C++ и т.д.

С помощью этих программ легко решать примеры и задачи. Задачи вычислительной математики или численные методы невозможны без использования технических средств, так как в примерах и задачах много дробно-рациональных чисел, а результаты их решения выражаются чрезвычайно малыми или большими числами, поэтому использование компьютерного моделирования в процессе математической работы на уроках алгебры очень важно. Теперь рассмотрим примеры и математические задачи, подходящие для студентов инженерных специальностей, в которых используется компьютерное моделирование.

Этот метод может быть использован не только для обучения студентов инженерных специальностей, но и для студентов средних учебных заведений и студентов всех специальностей.

Пример. Решите систему линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} 3x + y + z = -15, \\ -x - 3y = 15, \\ 2x + 2z = -10. \end{cases}$$

Решение. Как всем известно, в части курса высшей математики по линейной алгебре изучается система линейных алгебраических уравнений. Эту систему можно решить различными математическими методами, такими как метод Крамера, метод Гаусса, метод обращения матрицы и метод Жордана – Гаусса.

Мы не будем выполнять математическое решение этих примеров, поскольку решений подобных примеров и задач в учебниках по математике и в интернете великое множество. Поэтому рассмотрим решение системы с помощью компьютерного моделирования. Для этого мы используем компьютерные программы Ms Excel, C++ и Maple 18.

Ниже приведены общие сведения о программе на языке C++ и методах ее ввода, программирования и вывода.

1. Покажем алгоритм решения системы уравнений в программе на языке C++, который представлен ниже (рис. 2).

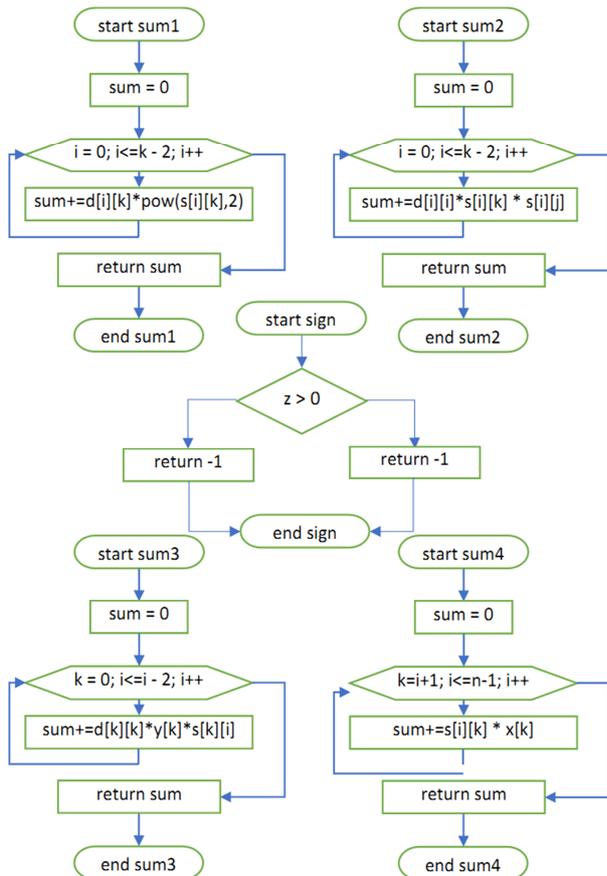


Рис. 2. Блок-схема решения системы линейных уравнений методом Гаусса

2. При подготовке программы на языке C++ появится окно, в котором необходимо ввести название документа, как показано ниже (рис. 3).

```

iere X СЛАУ.cpp X
1 #include <bits/stdc++.h>
2
3 using namespace std;
  
```

Рис. 3. Наименование документа на C++

3. Затем используются директивы using namespace std, которые позволяют нам использовать стандартные имена, такие как cin, cout и endl, без указания порядка имен std. Функция printMatrix определена для отображения матрицы на экране (рис. 4).

```

6 void printMatrix(const vector<vector<double> >& matrix) {
7     int n = matrix.size();
8     for (int i = 0; i < n; ++i) {
9         for (int j = 0; j < n + 1; ++j) {
10            cout << matrix[i][j] << "\t";
11        }
12        cout << endl;
13    }
14 }
  
```

Рис. 4. Ввод матрицы в программе C++

4. Для решения системы уравнений определяется функция solveEquations.

5. Основная функция – это основной логический порядок программы.

6. Сначала программа запрашивает размеры системы уравнений и присваивает их переменной n. Затем создается двумерная матрица-вектор, размеры которой равны n x (n + 1). Затем программа печатает исходную матрицу на экране с помощью функции printMatrix. Затем начинает работать функция solveEquations, которая решает систему уравнений с матричным выражением. Результат сохраняется в векторе решения. Наконец, программа отображает решение системы, которая поэлементно выбирает вектор решения.

Программа C++ – это компилируемый язык программирования общего назначения, являющийся расширением языка C. Он объединяет принципы процедурного, объектно-ориентированного и общего программирования и использует возможности программирования для создания различных типов программ.

Теперь воспользуемся компьютерным моделированием в Ms Excel и рассмотрим систему уравнений в среде этой программы. Решение этой системы уравнений представлено ниже (рис. 5).

1	A	B	C	D	E
2	3x + y + z = -15,				
3	-x - 3y = 15,				
4	2x + 2z = -10.				
6	3	1	1	-15	
7	-1	-3	0	15	
8	2	0	2	-10	
10			x	-3	
11			y	-4	
12			z	-2	

Рис. 5. Решение системы уравнений в среде Ms Excel матричным способом

Компьютерная модель указанной задачи, то есть система уравнений, решалась методом обратной матрицы. В среде программы используются следующие порядки: MUMNOJ (массив1; массив2) и MOBR(массив). Для решения системы линейных алгебраических уравнений методом обратной матрицы использовалась следующая математическая формула:

$$X = A^{-1} \cdot B, \quad (1)$$

где A – матрица коэффициентов переменной, A⁻¹ – обратная матрица, а B – матрица свободных членов.

Третий способ – решение системы линейных алгебраических уравнений посредством компьютерного моделирования или программой Maple 18, поскольку

эта программа предназначена для решения математических, механических, экономических и др. задач. В программе Maple 18 возможно решение любых математических задач в программной среде с помощью математических формул и порядков. Для решения системы линейных алгебраических уравнений в программе Maple 18 воспользуемся командой solve (математическое выражение) и покажем ее окончательный результат (рис. 6).

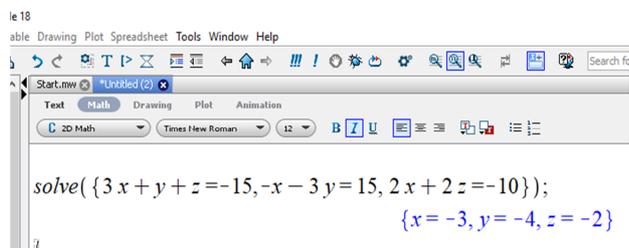


Рис. 6. Решение системы уравнений в среде Maple 18

Одной из самых мощных программ для систем компьютерной математики является программа Maple. Она охватывает многие области математики и может применяться как в системе преподавания и обучения, так и в серьезных научных исследованиях. Работать с этой программой можно как в интерактивном диалоговом режиме, так и путем разработки программ на специальном языке Maple, ориентированном на сложные математические расчеты. Работа Maple в основном ориентирована на символьные преобразования, а основой системы является специальное ядро. Она также включает несколько специализированных пакетов, обычно посвященных конкретным областям математики. Активация этих пакетов осуществляется командой *with*, аргументом которой является имя этого пакета. Всего в Maple имеется более 3000 команд, охватывающих практически все области математики.

Как известно, решение системы линейных алгебраических уравнений рассчитывается компьютерным моделистом тремя способами, и среди этих трех способов Maple 18 является самой простой программой, а программа на C++ – более сложной. Все эти программы имеют свои преимущества: с помощью программы на языке C++ можно решать все виды систем уравнений по количеству неизвестных и уравнений; программа Maple 18 специально создана для решения математических задач, ее производительность меньше, чем у программы на C++, поскольку каждое уравнение системы вводится отдельно; программа MS Excel считается такой же, как и программа Maple 18, в ее ячейки вводится каждый коэффициент уравнения и записывается общая формула его решения. В этом отношении каждая компьютерная программа имеет свои преимущества.

Программа Maple дает возможность сделать методы проведения практических и лекционных занятий более эффективными для студентов различных специальностей. Прежде всего, следует отметить, что время, потраченное на ознакомление, изучение языка

программирования Maple и приобретение первых навыков работы значительно меньше, чем время, потраченное на изучение других программ. Кроме того, следует отметить, что элементы исследовательской и учебной деятельности, возникающие в результате использования данной программы, значительно повышают интерес студентов к изучаемому предмету. Программа Maple позволяет студентам мыслить самостоятельно, уделять больше времени отслеживанию основных теоретических положений изучаемого предмета, проверять правильность выполнения домашнего задания. Эта программа помогает быстро выполнить простые расчеты, позволяет получить не только численный ответ в типовых задачах, но и в некоторых случаях графическое представление полученного результата. Поэтому эту программу следует широко изучать и использовать в обучении.

Компьютерное моделирование является одной из фундаментальных отраслей информатики. С 1995 года образовательный курс «Компьютерное моделирование» включен в перечень предметов, направленных на подготовку будущих учителей информатики и математики.

Педагогический эксперимент и его результаты

Для проведения педагогического эксперимента и получения результатов обучения математике с внедрением компьютерного моделирования были рассмотрены две группы. В одной из них при обучении была использована компьютерная математика с использованием программ C++, MS Excel и Maple 18 для группы 1-25.01.07 ра Экономика и управление в предприятиях, в то время как в группе 1-25.01.04 ра Финансы и кредит компьютерная математика при обучении математике не использовалась.

Использование данной методики, т.е. компьютерной математики и программ для моделирования схем и моделей, привело к положительным изменениям результатов обучения математике. 97,7 % студентов экспериментальной группы (1-25.01.07 ра) получили положительные баллы по математике. В данной экспериментальной группе занятия проводились с использованием компьютерных программ, таких как C++, Python, MS Excel и Maple 18.

Заключение

Программы компьютерного моделирования позволяют преподавателям на разных этапах изучения каждой новой темы проводить контрольное тестирование, состоящее из «параллельных вариантов». С помощью этих тестов можно проанализировать, насколько обучающиеся усвоили обязательные минимальные знания. Проанализировав результаты теста, можно будет выявить все те вопросы, которые вызвали проблемы с обучением или, в частности, важны для понимания нового материала. Это особенно важно при работе со студентами бакалавриата. Однако разработка и апробация многовариантных (или индивидуальных) задач требуют от преподавателя больше времени и сил. Использование компьютерной программы Maple полезно для решения и этой проблемы.

Традиционными методами обучения компьютерному моделированию являются лекции и лабораторные занятия. Лекции направлены на формирование глубоких и систематических знаний в области компьютерного моделирования. На лабораторных занятиях формируются основы понятий курса и умение использовать полученные знания, основные навыки построения и исследования моделей.

Из рассмотренного выше можно прийти к выводу, что изучение компьютерного моделирования считается важным компонентом как в общих рамках подготовки учителей информатики и математики, так и в формировании их исследовательских компетенций, а также в подготовке к обучению с использованием технологий компьютерного моделирования.

Литература

1. Егоренков, Д. Л., Фрадков, А. Л., Харламов, В. Ю. Основы математического моделирования. БГТУ. – СПб, 1996. – 196 с.
2. Иванова, Т. А. Использование информационных технологий в обучении математике и информатике студентов средних специальных учебных заведений технического профиля: автореф... канд. пед. наук. / Т. А. Иванова. – Елабуга, 2008. – 26 с.
3. Науменко, М. А. Формирование системного стиля мышления студентов вуза в процессе компьютерного моделирования математических задач: дис ... канд. пед. наук [Текст] / М. А. Науменко. – Ставрополь, 2010. – 210 с.
4. Орлова, И. В., Половников, В. А. Экономика – математические методы и модели: компьютерное моделирование : Учеб. пособие. 2-е изд., испр. и доп. – Москва : Вузовский учебник : ИНФРА. Москва, 2010. – 366 с.
5. Рахимов, А. А. Компьютерная система Maple как средство формирования творческой самостоятельности в обучении высшей математике студентов технических вузов в условиях кредитной технологии обучения // Вестник Таджикского национального университета. Серия естественных наук. 2017. – № 1–4. – С. 57–60.
6. Рахимов, А. А. Компьютерное моделирование как один из способов повышения эффективности обучения по высшей математике в техническом вузе / А. А. Рахимов // Вестник Костромского государственного университета. Серия: Педагогика. Психология. Социокинетика. 2023. – Т. 29. – № 2. – С. 132–143.
7. Рахимов, А. А. Компьютерное моделирование как условие повышения эффективности обучения высшей математике в техническом вузе / А. А. Рахимов // Вестник Сургутского государственного педагогического университета. 2023. – № 4(85). – С. 83–98.
8. Умаров, А. А. Методика моделирования процесса нахождения приближенных значений определенного интеграла с помощью формулы прямоугольников с применением программы Javascript / А. А. Умаров, А. А. Рахимов // Вестник Бохтарского государственного университета имени Носира Хусрава. Серия гуманитарных и экономических наук. 2023. – № 1–1(107). – С. 180–185.
9. Селиванова, Э. Т. Методика обучения основам компьютерного моделирования в педагогическом вузе и школе: дис. ... канд. пед. наук [Текст] / Э. Т. Селиванова. Новосибирск, 2000. – 144 с.
10. Солодовиченко, Л. Н. Дидактические основы композиционного компьютерно-графического моделирования в подготовке студентов: автореф. ... канд. пед. наук. – Караганда, 2001. – 26 с.
11. Тарасова, О. А. Методика обучения трехмерному компьютерному моделированию в курсе информатики профильной школы: дис. ... канд. пед. наук [Текст] / О. А. Тарасова. – Санкт-Петербург, 2005. – 226 с.
12. Федулова, К. А. Подготовка будущих педагогов профессионального образования к компьютерному моделированию: дис. ... канд. пед. наук [Текст] / Екатеринбург, 2014. – 210 с.
13. Чернякова, Т. В. Методика обучения компьютерной графике студентов вуза: автореф. ... канд. пед. наук: 13.00.08 / Т. В. Чернякова. – Екатеринбург, 2010. – 25 с.

A.A. Rakhimov

Polytechnic Institute of Tajik Technical University by academician M. Osimi

VARIOUS WAYS OF USING COMPUTER MODELING IN LINEAR EQUATIONS SYSTEMS SOLVING WHEN TEACHING MATHEMATICS TO STUDENTS OF TECHNICAL FIELDS

The article examines the contribution of computer modeling to the process of teaching mathematics, as well as training students at a technical university.

Education, as well as computer support for production processes, is one of the main factors of socio-economic development of society. The use of software, production processes that defines the development of society as a whole. The use of computer programs in the process of teaching mathematics improves the quality of education, increases students' interest in the process of learning of the subject. The article also provides examples of building models in various computer programs, such as Ms Excel, Maple 18 and C++.

Computer modeling, model, mathematics, computer programs, Maple program, Ms Excel, C++, technical tools, teaching methods.