



ВЕРОЯТНОСТНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ АРМИРОВАНИЯ МОНОЛИТНОЙ ЖЕЛЕЗОБЕТОННОЙ ПЛИТЫ

В статье представлен вероятностный подход к оценке оптимального армирования монолитной железобетонной плиты по критерию надежности. В качестве исследуемого критерия принята несущая способность нормального сечения плиты. Отмечена необходимость осуществления повышенного уровня контроля за положением рабочей арматуры в растянутой зоне, т. к. ее смещения от проектного положения оказывают существенное влияние на индекс надежности плиты.

Надежность, бетон, вероятностное проектирование, индекс надежности, вероятность отказа, армирование.

Надежность строительных конструкций – ключевой показатель при проектировании, строительстве и эксплуатации. Количественной мерой надежности является вероятность безотказной работы. Существует ряд исследований [1–5], посвященных проблеме использования вероятностных методов для оценки и анализа надежности монолитных железобетонных плит. В данной работе предлагается рассмотреть некоторые аспекты оптимизации проектных решений при армировании монолитной железобетонной плиты на базе вероятностных методов оценки надежности.

В п. 4.6 СП 63.13330.2018 «Бетонные и железобетонные конструкции» отмечено, что «расчет бетонных и железобетонных конструкций можно производить по заданному значению надежности на основе полного вероятностного расчета при наличии достаточных данных об изменчивости основных факторов, входящих в расчетные зависимости».

В соответствии с п. 8.1.8 СП 63.13330.2018 расчет нормальных сечений железобетонных изгибаемых элементов, в частности железобетонных плит перекрытий, по прочности следует выполнять по формуле:

$$M \leq M_{ult}, \quad (1)$$

где M – максимальный изгибающий момент в нормальном сечении железобетонной плиты от расчетной нагрузки; M_{ult} – предельно допустимый изгибающий момент, воспринимаемый нормальным сечением железобетонной плиты.

Рассмотрим случай, когда арматура в сжатой зоне плиты перекрытия не учитывается в работе сечения, что идет в запас надежности элемента. В данном случае предельно допустимый изгибающий момент, воспринимаемый нормальным сечением железобетонной плиты, может быть рассчитан по формуле:

$$M_{ult} = R_s \cdot A_s \cdot \left(h_0 - \frac{x}{2} \right), \quad (2)$$

где R_s – расчетное сопротивление стали; A_s – площадь поперечного сечения арматуры в растянутой зоне бетона; h_0 – рабочая высота сечения элемента, принимаемая равной расстоянию от верхней сжатой грани плиты перекрытия до центра тяжести растянутой арматуры; x – высота сжатой зоны бетона элемента (рис. 1).

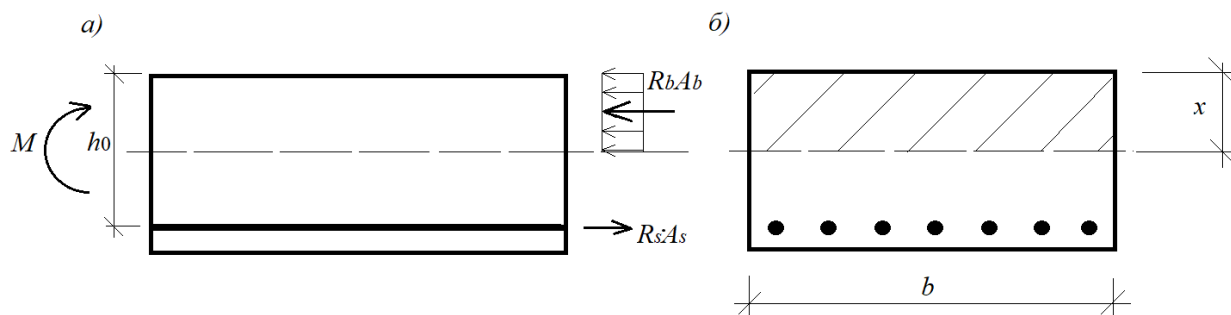


Рис. 1. Расчетная схема железобетонной плиты: а) продольный фрагмент плиты перекрытия с односторонним армированием в растянутой зоне; б) поперечный фрагмент плиты перекрытия с односторонним армированием в растянутой зоне

С учетом вышеизложенного можно сформировать функцию предельного состояния g в виде:

$$g = R_s \cdot A_s \cdot \left(h_0 - \frac{R_s \cdot A_s}{2 \cdot R_b \cdot b} \right) - M, \quad (3)$$

Параметры b и h_0 можно принять в расчете как детерминированные (постоянные). На стадии эксплуатации они поддаются многократным и точным измерениям и могут быть проконтролированы также при изготовлении плиты перекрытия.

Изгибающий момент M как функция от пролета плиты перекрытия и расчетной нагрузки является случайной величиной, т. к. нагрузка на плиту перекрытия, как правило, является случайной.

Информация о предельном напряжении стали $\sigma_{s,ult}$ и предельном напряжении бетона $\sigma_{b,ult}$ приведена выше.

Тогда функцию предельного состояния g с учетом случайных величин, обозначенных волнистой линией, можно записать как:

$$g = \tilde{\sigma}_{s,ult} \cdot A_s \cdot \left(h_0 - \frac{\tilde{\sigma}_{s,ult} \cdot A_s}{2 \cdot \tilde{\sigma}_{b,ult} \cdot b} \right) - \tilde{M}, \quad (4)$$

Для определения индекса надежности β необходимо вычислить математическое ожидание m_g и стандартное отклонение S_g функции предельного состояния g .

В соответствии с методом расчета надежности FOSM (First Order Second Moment) [6] данные параметры можно вычислить как

$$m_g = m_{\sigma_{s,ult}} \cdot A_s \cdot \left(h_0 - \frac{m_{\sigma_{s,ult}} \cdot A_s}{2 \cdot m_{\sigma_{b,ult}} \cdot b} \right) - m_M, \quad (5)$$

$$S_g = \sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial \sigma_{s,ult}} \right)^2 S_{\sigma_{s,ult}}^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial \sigma_{b,ult}} \right)^2 S_{\sigma_{b,ult}}^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial M} \right)^2 S_M^2}, \quad (6)$$

где m_i – математическое ожидание i -ой случайной величины;

S_i – стандартное отклонение i -ой случайной величины.

Частные производные в (20) вычисляются как

$$\frac{\partial g}{\partial \sigma_{s,ult}} = A_s \cdot \left(h_0 - \frac{m_{\sigma_{s,ult}} \cdot A_s}{2 \cdot m_{\sigma_{b,ult}} \cdot b} \right) - \frac{m_{\sigma_{s,ult}} \cdot A_s^2}{2 \cdot m_{\sigma_{b,ult}} \cdot b}, \quad (7)$$

$$\frac{\partial g}{\partial \sigma_{b,ult}} = \frac{m_{\sigma_{s,ult}}^2 \cdot A_s^2}{2 \cdot m_{\sigma_{b,ult}}^2 \cdot b}, \quad (8)$$

$$\frac{\partial g}{\partial M} = -1. \quad (9)$$

На основе зависимостей (7)–(9) можно вычислить индекс надежности в виде:

$$\beta = \frac{m_g}{S_g}. \quad (10)$$

Рассмотрим пример. Пусть имеется монолитный однопролетный участок плиты перекрытия с длиной пролета $l=6$ метров. Рабочая высота сечения монолитного участка составляет $h_0=200$ мм. Ширина монолитного участка $b=1200$ мм. Участок армирован 9 стержнями 10 диаметра с общей площадью армирования $A_s = 7,065 \cdot 10^{-4}$ м².

Предельное напряжение бетона характеризуется нормальным распределением со следующими параметрами $m_{b,ult} = 15,0$ МПа, $S_{b,ult} = 1,2$ МПа. Предельное напряжение стали арматуры характеризуется нормальным распределением со следующими параметрами $m_{s,ult} = 300$ МПа, $S_{s,ult} = 10$ МПа.

Изгибающий момент имеет следующие статистические параметры: $m_M = 30$ кН·м; $S_M = 4$ кН·м.

Тогда по формуле (10) индекс надежности составит $\beta=2,617$.

На рисунке 2 представлен график зависимости индекса надежности от площади армирования поперечного сечения продольной рабочей арматурой.

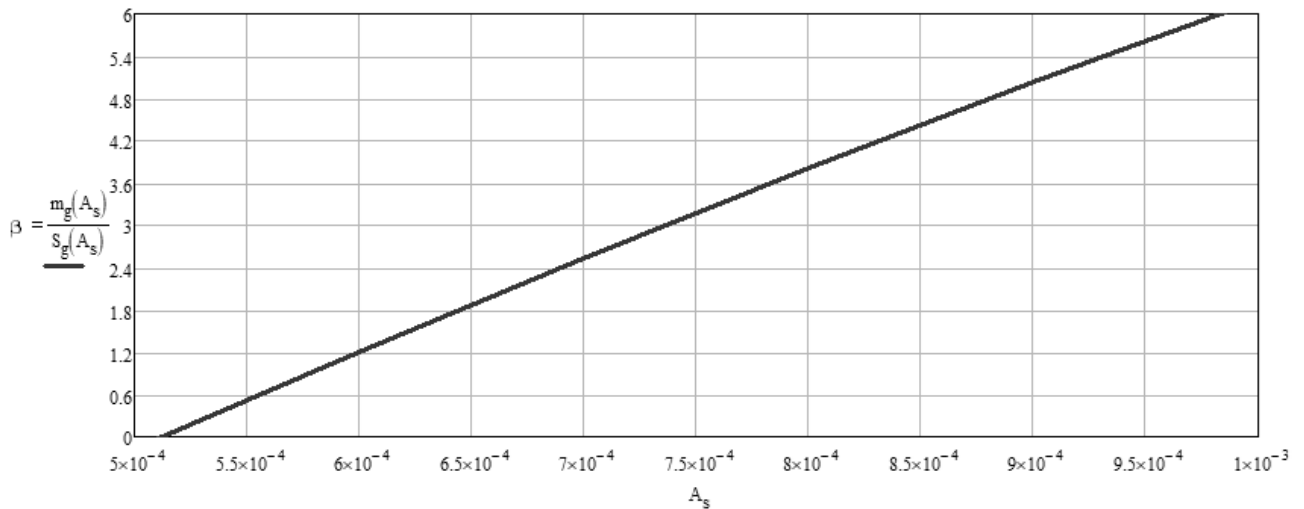


Рис. 2. График зависимости индекса надежности от площади армирования поперечного сечения продольной рабочей арматурой

В таблице 1 представлена информация о возможных вариантах армирования сечения и соответствующих индексах надежности.

Таблица 1

Варианты армирования сечения железобетонной плиты и соответствующие индексы надежности

| Диаметр стержня, мм | Количество стержней, шт. | Индекс надежности β |
|---------------------|--------------------------|---------------------------|
| 10 | 8 | 1,583 |
| 10 | 9 | 2,617 |
| 10 | 10 | 3,620 |
| 10 | 11 | 4,591 |
| 12 | 8 | 5,082 |
| 12 | 9 | 6,397 |
| 14 | 5 | 3,422 |
| 14 | 6 | 5,306 |

Теперь вычислим стоимость проектных решений армирования (табл. 2).

Таблица 2

Стоимость проектных решений армирования монолитной плиты перекрытия

| Диаметр стержня, мм | Количество стержней, шт. | Стоимость пог. м, руб. | Отношение индекса надежности к стоимости |
|---------------------|--------------------------|------------------------|--|
| 10 | 9 | 387 | 147,8793 |
| 10 | 10 | 430 | 118,7845 |
| 10 | 11 | 473 | 103,0277 |
| 12 | 8 | 464 | 91,30264 |
| 12 | 9 | 522 | 81,60075 |
| 14 | 5 | 425 | 124,1964 |
| 14 | 6 | 510 | 96,1176 |

По открытым данным можно установить приблизительную стоимость арматурных стержней за погонный метр на период проведения исследования в виде:

- арматурный стержень 10 диаметра – 43 руб/пог. м;
- арматурный стержень 12 диаметра – 58 руб/пог. м;
- арматурный стержень 14 диаметра – 85 руб/пог. м;

Если индекс надежности удовлетворяет нормативному значению, то данные отношения индекса надежности к стоимости за погонный метр технического решения указывают на наиболее эффективное решение из соотношения цены за уровень безопасности объекта. Например, если требуемый индекс надежности составляет 3,2, то наиболее эффективным решением будет использование 10 стержней диаметром 10 мм с показателем эффективности 118,78 единиц индекса надежности на стоимость погонного метра технического решения.

Рост ожидаемого значения прочности бетона после определенного значения не ведет к существенно росту индекса надежности конструкции (рис. 3). Так, увеличение математического ожидания прочности бетона с 10 до 20 МПа ведет к росту индекса надежности всего на ~0,25 единиц.

Рабочая высота сечения железобетонной плиты перекрытия может существенным образом повлиять на индекс надежности. При росте рабочей высоты сечения с 0,200 м до 0,220 м (на 2 см) индекс надежности возрастает с 2,6 до 3,6 единиц. В свою очередь уменьшение рабочей высоты сечения до 0,180 мм ведет к снижению индекса надежности до 1,6.

Таким образом, необходимо тщательно контролировать расположение растянутой арматуры при изготовлении железобетонной плиты перекрытия и достоверно определять положение арматуры при обследовании плит перекрытий.

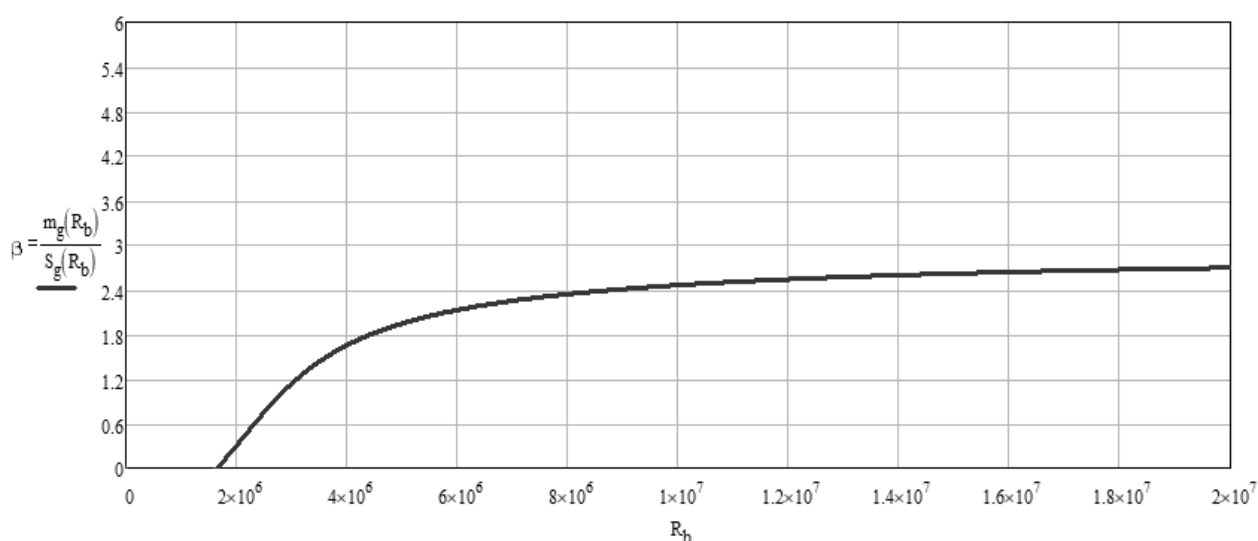


Рис. 3. График зависимости индекса надежности от математического ожидания прочности бетона (на графике $R_b = m_{b,ult}$, Па)

Литература

1. Соловьев, С. А. Вероятностная оценка промышленной безопасности при неполной статистической информации / С. А. Соловьев // Безопасность труда в промышленности. – 2020. – № 9. – С. 88–93.
2. Герасимов, Е. П. О нормировании надежности по раскрытию нормальных трещин изгибаемых железобетонных элементов / Е. П. Герасимов // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. – 2023. – Т. 25, № 1. – С. 142–151.
3. Абдрахманова, Л. К. Расчет надежности железобетонной балки на изгиб / Л. К. Абдрахманова, А. В. Мухамадияров // Электронный научный журнал Нефтегазовое дело. – 2022. – № 2. – С. 28–39.
4. Тамразян, А. Г. Анализ надежности железобетонной плиты с корродированной арматурой / А. Г. Тамразян, Т. А. Мацеевич // Строительство и реконструкция. – 2022. – № 1 (99). – С. 89–98.
5. Надежность железобетонных конструкций с учетом фактора ползучести бетона / В. А. Пшеничкина, Б. С. Гриценко, А. В. Глухов, М. Бабович // Строительные материалы и изделия. – 2020. – Т. 3, № 6. – С. 35–43.
6. Kar, S. S. Probabilistic based reliability slope stability analysis using FOSM, FORM, and MCS / S.S. Kar, L.B. Roy // Engineering, Technology & Applied Science Research. – 2022. – Vol. 12, № 2. – P. 8236–8240.

S.A. Solovyov, A.O. Sherman, A.A. Solovyova
Vologda State University

PROBABILISTIC OPTIMIZATION OF MONOLITHIC REINFORCED CONCRETE SLAB REINFORCEMENT

The article presents a probabilistic approach to assessing the optimal reinforcement of a monolithic reinforced concrete slab according to the reliability criterion. The load-bearing capacity of the normal section of the slab is accepted as the limit state criterion. It is noted that there is a need for an increased level of control over the position of the rebar in the stretched zone, since its displacements from the design position have a significant impact on the reliability index of the slab.

Reliability, concrete, probabilistic design, reliability index, probability of failure, reinforcement.