

УДК 53.091



*И.П. Попов*  
Курганский государственный университет

### МАЯТНИК С ИСКУССТВЕННОЙ МАССОЙ

Предлагается математическая модель маятника с искусственной массой, который можно использовать в приводе решетных сортировальных машин. Свободные колебания происходят за счет взаимного преобразования кинетической энергии в энергию магнитного поля.

Колебания, вибратор, привод, частота, инертный.

В приводах решетных сортировальных машин преимущественно используются эксцентриковые и дебалансные вибраторы [1–4]. При этом не прекращаются поиски иных технических решений [5–8]. Например, в БашГАУ для этих целей предложено использовать линейный асинхронный электродвигатель, совершающий возвратно-поступательные движения с малым ходом бегуна. В качестве вклада в это направление научного поиска ниже предлагается математическая модель инертно-индуктивного

вибратора, упрощенная схема которого представлена на рисунке.

Приняты следующие обозначения: масса подвижного инертного элемента, в котором локализован магнитный поток, –  $m$ ; магнитная индукция в рабочем зазоре –  $B$ ; между полюсами подвижного инертного элемента находятся  $n$  проводников якорной обмотки с длиной активной части  $l$ ; суммарная индуктивность катушки и якорной обмотки –  $L$ . Активное сопротивление, потери на трение и емкость витков обмотки не учитываются.

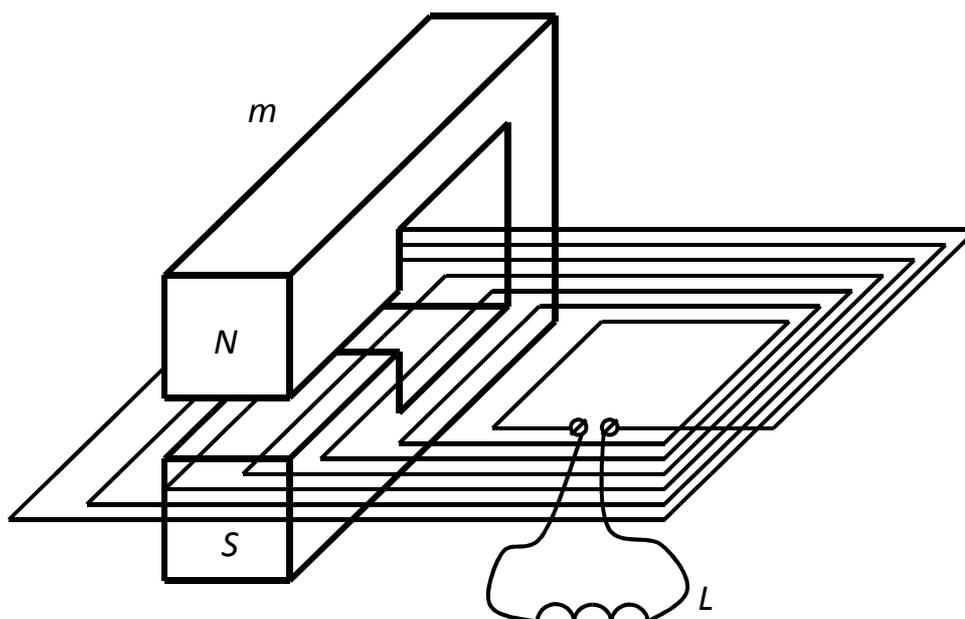


Рис. Инертно-индуктивный вибратор

Пусть начальные условия:

$$\begin{aligned}x(0) &= 0; \\ dx/dt(0) &= v_0; \\ i(0) &= i_0.\end{aligned}$$

Механическое и электрическое состояния  $mL$  колебательной системы описываются двумя уравнениями в соответствии со вторыми законами Ньютона и Кирхгофа:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = Blni, \quad (1)$$

$$Bln \frac{dx}{dt} + L \frac{di}{dt} = 0. \quad (2)$$

Здесь  $x$  – перемещение подвижного инертного элемента,  $Blni$  – сила Ампера,  $Bln dx/dt$  – ЭДС электромагнитной индукции,  $L di/dt$  – ЭДС самоиндукции.  $B, l, n,$  – параметры, обуславливающие электромеханическое взаимодействие. Их для компактности целесообразно объединить в параметрический коэффициент

$$y = (Bln)^2. \quad (3)$$

Из (2) следует

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -y^{-0.5} L \frac{d^2i}{dt^2}.$$

Подстановка этого выражения в (1) дает

$$\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{y}{mL} i = 0.$$

Это классическое уравнение свободных гармонических колебаний. Его решение

$$\begin{aligned}i &= I_m \sin(\omega_0 t + \varphi), \\ x &= y^{-0.5} L \left[ I_m \sin(\omega_0 t + \varphi) - i_0 \right], \\ I_m &= \sqrt{i_0^2 + \frac{E_0^2}{X_{mL}^2}} = \sqrt{i_0^2 + v_0^2 \frac{m}{L}}, \\ \varphi &= \arctg \frac{i_0 X_{mL}}{E_0} = \arctg \frac{i_0}{v_0} \sqrt{\frac{L}{m}}, \\ \omega_{0mL} &= \sqrt{\frac{y}{mL}} -\end{aligned} \quad (4)$$

собственная частота автономной консервативной  $mL$ -системы (инертно-индуктивного вибратора). При этом происходят как электрические, так и механические колебания;

$$X_{mL} = \sqrt{\frac{yL}{m}} -$$

волновое сопротивление инертно-индуктивного вибратора.

Сопоставление (4) с выражениями для собственных частот пружинного маятника и электрического колебательного контура

$$\begin{aligned}\omega_{0km} &= \sqrt{\frac{k}{m}}, \\ \omega_{0LC} &= \frac{1}{\sqrt{LC}}\end{aligned}$$

позволяет установить частные функциональные зависимости между механическими и электрическими параметрами и получить электромеханические величины, а именно: индуктивную упругость [9]

$$k_L = \frac{y}{L} \quad (5)$$

и инертную емкость [10]

$$C_m = \frac{m}{y}. \quad (6)$$

В связи с этим инертно-индуктивный вибратор в равной мере может рассматриваться как  $mk_L$  механический маятник и как  $LC_m$  электрический колебательный контур, частота которого, соответственно, равна

$$\omega_{0mL} = \sqrt{\frac{k_L}{m}} = \frac{1}{\sqrt{LC_m}}.$$

Выражение (6) показывает, что реактивное сопротивление, обусловленное инертностью, имеет емкостной характер.

В соответствии с (1) и (3) сила равна

$$f = y^{0.5} i.$$

Из (2) следует

$$y^{0.5} x = -Li.$$

С учетом последнего выражения и (5)

$$f = y^{0.5} i = -\frac{y}{L} x = -k_L x.$$

Это выражение совпадает с записью закона Гука.

Таким образом, представленная математическая модель показывает, что в предложенном устройстве могут возникать свободные гармонические колебания за счет взаимного преобразования кинетической энергии в энергию магнитного поля, следовательно, его можно использовать в качестве вибратора, в т.ч. в приводе решетных сортировальных машин.

### Литература

1. Попов, И. П. Самобалансировка вибрационных механизмов / И. П. Попов // Вестник Вологодского государственного университета. – 2018. – № 2 (2). – С. 16–19.
2. Попов, И. П. Механические реактансы при гармонических колебаниях исполнительных органов машин и механизмов / И. П. Попов // Вестник Вологодского государственного университета. – 2021. – № 4 (14). – С. 65–67.

3. Эрлих, Б. М. Силовое воздействие колебаний нелинейных систем при возникновении двух источников возмущающих сил с различными частотами колебаний / Б. М. Эрлих. – DOI: 10.36652/0202-3350-2022-23-1-36-41 // Сборка в машиностроении, приборостроении. – 2022. – № 1. – С. 36–41.
4. Бакаев, В. Н. Управляемый электропривод механизмов маятникового типа / В. Н. Бакаев // Вестник Вологодского государственного университета. – 2019. – № 2 (4). – С. 7–8.
5. Попов, И. П. Инертная колебательная система из двух грузов для вибрационных механизмов / И. П. Попов // Вестник Вологодского государственного университета. – 2020. – № 2 (8). – С. 10–12.
6. Попов, И. П. Использование инертного триплетного маятника в вибрационных сортировальных машинах / И. П. Попов // Вестник Вологодского государственного университета. – 2020. – № 3 (9). – С. 11–13.
7. Попов, И. П. Построение вибрационных сортировальных машин по схеме мультиинертного осциллятора / И. П. Попов // Вестник Вологодского государственного университета. – 2020. – № 3 (9). – С. 14–17.
8. Павлов, В. Д. Механическая мощность при гармонических воздействиях / В. Д. Павлов. – DOI: 10.26731/1813-9108.2022.1(73).30-38 // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. – 2022. – № 1 (73). – С. 30–38.
9. Павлов, В. Д. Управляемая искусственная упругость в мехатронных системах / В. Д. Павлов // Автоматизированные технологии и производства. – 2022 – № 1 (25). – С. 20–22.
10. Попов, И. П. Применение искусственной массы для балансировки механизмов / И. П. Попов // Вестник Вологодского государственного университета. – 2021. – № 1 (11). – С. 19–21.

***I.P. Popov***  
*Kurgan State University*

### **PENDULUM WITH ARTIFICIAL MASS**

A mathematical model of a pendulum with an artificial mass, which can be used in the drive of sieve sorting machines, is proposed. Free vibrations occur due to the mutual conversion of kinetic energy into magnetic field energy.

Oscillations, vibrator, drive, frequency, inert.