



*А.А. Соловьева, С.А. Соловьев,
К.А. Плотников, Ю.Л. Виноградова*
логодский государственный университет

ИССЛЕДОВАНИЕ НАДЕЖНОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ ИНЖЕНЕРНЫХ СООРУЖЕНИЙ ПУТЕМ ГЕНЕРАЦИИ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

В статье описывается подход к определению надежности элементов инженерных сооружений на основе генерации случайных величин методами Монте-Карло. Преимуществом представленного подхода является простота и оперативность реализации, в том числе на базе доступных офисных пакетов и программно-вычислительных комплексов. На численном примере представлен алгоритм вычисления вероятности безотказной работы стержня стальной фермы по критерию прочности стали. Связь генерации данных на базе достоверных моделей случайных величин с анализом напряженно-деформированного состояния в современных программно-вычислительных комплексах является одним из перспективных направлений в области анализа надежности строительных конструкций, зданий и сооружений.

Надежность, Монте-Карло, вероятность отказа, случайная величина, безопасность, ферма.

Обеспечение требуемого уровня надежности элементов инженерных сооружений и строительных конструкций – ключевая задача при их проектировании, строительстве, эксплуатации и демонтаже. В соответствии с ГОСТ Р 27.102-2021 «Надежность в технике. Надежность объекта. Термины и определения», надежность – это свойство объекта сохранять во времени в установленных пределах значения всех параметров, характеризующих способность объекта выполнять требуемые функции в заданных режимах, условиях применения, стратегиях технического обслуживания, хранения и транспортирования.

Самым распространенным показателем надежности в инженерно-строительной сфере является вероятность безотказной работы или вероятность отказа. В соответствии с вышеуказанным ГОСТом, вероятность безотказной работы – это вероятность того, что в пределах заданной наработки отказ объекта не возникнет.

Внедрение вероятностного анализа и положений теории надежности в практику реального проектирования является актуальной научной задачей. Как отмечает заслуженный деятель науки РФ, профессор В.Д. Райзер [1]: «Накопленный отечественный и зарубежный опыт позволяет в настоящее время разрабатывать нормативные документы на основе теории надежности, а при проектировании новых и реконструкции существующих зданий и сооружений применять методы количественной оценки надежности, в том числе в сейсмоактивных районах».

В данной работе предлагается рассмотреть подход к вероятностной оценке надежности элементов инженерных сооружений на основе генерации случайных величин (методы Монте-Карло) [2, 3]. Суть метода заключается в следующем: процесс описывается ма-

тематической моделью с использованием генератора случайных величин, модель многократно обчисляется, на основе полученных данных вычисляются вероятностные характеристики рассматриваемого процесса.

В первом приближении большинство случайных величин при вероятностном анализе надежности строительных конструкций могут быть описаны нормальным распределением с функцией распределения вероятностей:

$$F_X(x) = \frac{1}{2} \left[1 + \operatorname{erf} \left(\frac{x - m_x}{\sqrt{2 \cdot S_x^2}} \right) \right], \quad (1)$$

где m_x – математическое ожидание случайной величины; S_x – среднеквадратическое отклонение случайной величины; $\operatorname{erf}[\cdot]$ – функция ошибок Гаусса (интеграл вероятности).

Возможность использования генерации значений случайной величины с нормальным распределением существует в большинстве математических комплексов и во многих офисных пакетах по типу Excel. Тем не менее для многих случайных величин более достоверными моделями являются распределения, отличные от нормального (1). Снеговая нагрузка, как правило [4, 5], описывается законом распределения Гумбеля (или обобщенное распределение экстремальных значений типа I) с аналитическим видом:

$$F_S(s) = \exp \left[- \exp \left(\frac{\alpha - s}{\beta} \right) \right], \quad (2)$$

где α – параметр центра; β – параметр сдвига.

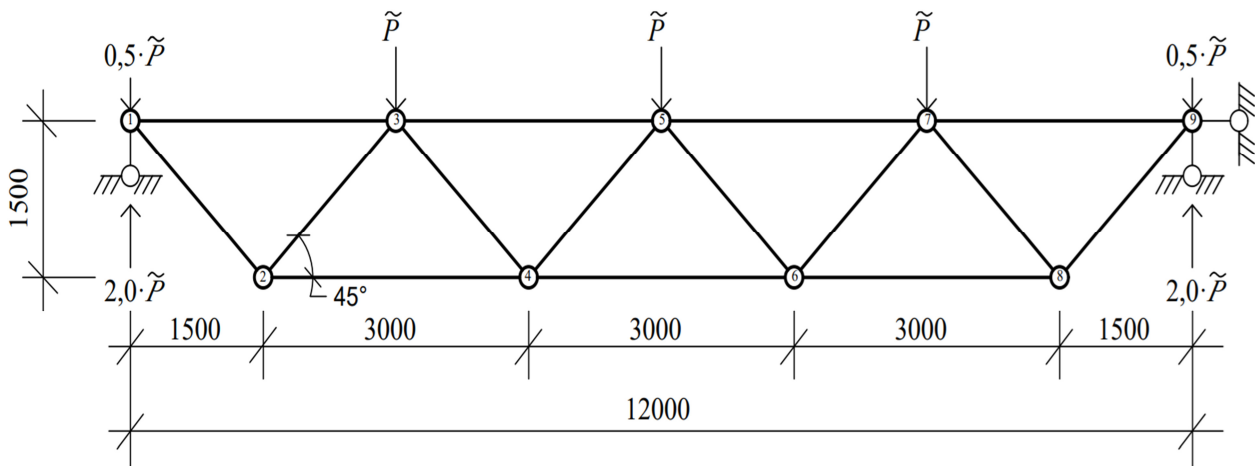


Рис. 1. Расчетная схема фермы

Параметры закона распределения Гумбеля могут быть вычислены по статистической выборке следующим образом:

$$\beta = (0,78 + 1,54 N^{-0,75}) \cdot S_{snow},$$

$$\alpha = m_{snow} - [0,45 + 0,34 N^{-0,69}] S_{snow},$$

где N – количество значений в выборке; m_{snow} – математическое ожидание случайной величины s ; S_{snow} – среднее квадратическое отклонение случайной величины s .

Генерация случайных величин на основе закона распределения Гумбеля может быть выполнена как:

$$rnd = \delta - \frac{1}{\alpha} \ln[-\ln(z_i)], \quad (3)$$

где z_i – случайная величина с равномерным распределением в границах $[0; 1]$.

Параметры в (3) определяются как:

$$\alpha = \frac{1.2825}{S_{snow}};$$

$$\delta = m_{snow} - \frac{0.5772}{\alpha}.$$

Рассмотрим реализацию подхода к оценке надежности путем генерации случайных величин на примере. Пусть требуется оценить надежность стержня 4-6 фермы с расчетной схемой по рисунку 1.

Пусть математическая модель предельного состояния описывается следующим неравенством:

$$\tilde{g} = \tilde{\sigma}_{s,ult} - \frac{\tilde{N}_{4-6}(\tilde{P}) + \tilde{N}_{4-6,snow}(\tilde{P}_{snow})}{\tilde{A}_{4-6}} \geq 0, \quad (4)$$

где \tilde{P} – узловая нагрузка на ферму от веса вышележащих конструкций, собственного веса (эквивалентно)

и связей; \tilde{N}_{4-6} – усилие в стержне 4-6 от нагрузки \tilde{P} ; \tilde{P}_{snow} – узловая нагрузка от веса снегового покрова; $\tilde{N}_{4-6,snow}$ – усилие в стержне 4-6 от веса снегового покрова; \tilde{A}_{4-6} – площадь поперечного сечения стержня 4-6 фермы; $\tilde{\sigma}_{s,ult}$ – прочность стали стержня 4-6 по пределу текучести.

Волнистыми линиями в (4) обозначены случайные величины.

Пусть прочность стали $\tilde{\sigma}_{s,ult}$ и нагрузка \tilde{P} описываются нормальным распределением с параметрами: $m_{\sigma} = 300$ МПа, $S_{\sigma} = 10$ МПа, $m_P = 15$ кН, $S_P = 3$ кН.

Снеговая нагрузка описывается распределением Гумбеля с параметрами: $m_{snow} = 30$ кН, $S_{snow} = 5$ кН.

Площадь поперечного сечения стержня 4-6 описывается равномерным распределением в границах $[8; 10] \cdot 10^{-4}$ м².

Сгенерируем по 10 000 значений каждого случайного параметра и вычислим соответствующие 10 000 значений функции предельного состояния \tilde{g} . Генерация производилась в программе PTC MathCAD через команду `gnorm(x, m_x, S_x)`, где m_x – математическое ожидание случайной величины; S_x – среднее квадратическое отклонение случайной величины.

Распределение вероятностей функции \tilde{g} представлено на рисунке 2.

Как видно из рисунка 2 и аналитического расчета, функция \tilde{g} становится отрицательной при $F(g) = 0,0060$. Тогда вероятность безотказной работы можно вычислить как:

$$P_s = 1 - (60/10000) = 0,9940.$$

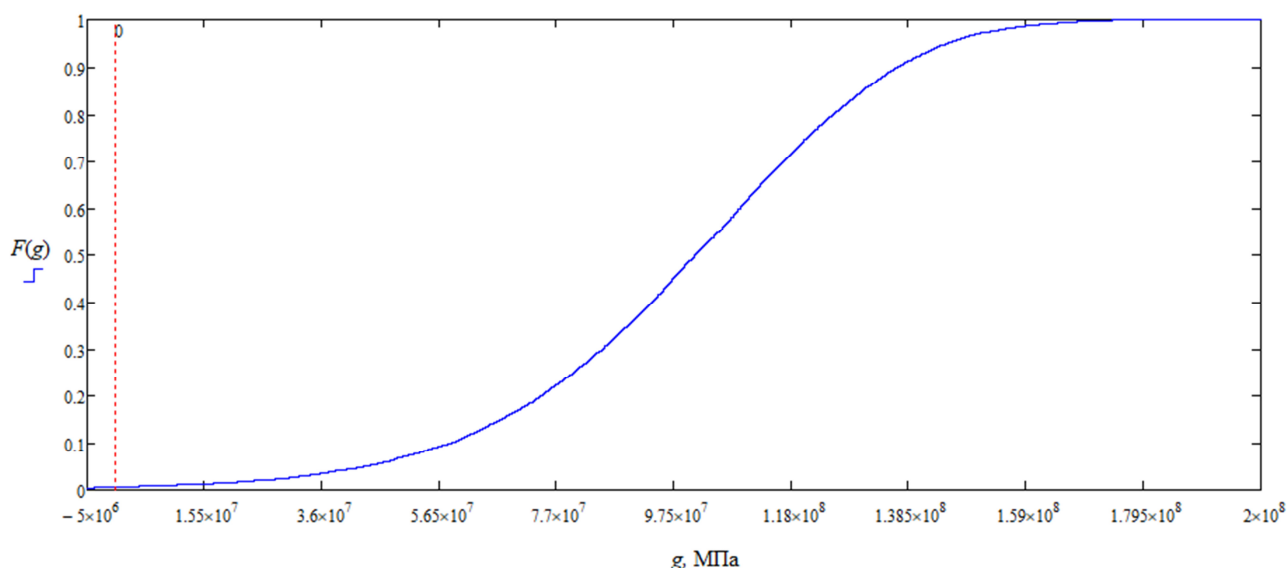


Рис. 2. Распределение вероятностей функции предельного состояния g по данным генерации 10 000 значений

Если полученная вероятность безотказной работы является слишком низкой с точки зрения уровня надежности, принимается большее сечение и расчет повторяется.

Требуемое минимальное значение вероятности безотказной работы может быть установлено для каждого отдельного сооружения индивидуально в зависимости от величины риска отказа [6, 7].

Литература

1. Райзер, В. Д. Очерк развития теории надежности и норм проектирования строительных конструкций / В. Д. Райзер // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. – 2014. – № 2. – С. 29–35.
2. Соловьев, С. А. Метод анализа надежности элементов строительных конструкций по интервальным оценкам случайных величин / С. А. Соловьев, А. Э. Иньков, А. А. Соловьева // Строительство и реконструкция. – 2023. – № 1 (105). – С. 66–76.
3. Оценка надежности железобетонных изгибаемых элементов, работающих без трещин / В. П. Селяев, А. О. Колдин, Е. В. Сорокин [и др.] // Региональная архитектура и строительство. – 2011. – № 2. – С. 70–75.
4. Domanski, T. The Impact of Loads on Fire Safety of Timber Roofs in Mountain Regions in Poland / T. Domanski // Safety & Fire Technique. – 2015. – Vol. 37, № 1. – P. 87–96.
5. Сухина, К. Н. К вопросу об оценке статистических характеристик снеговых нагрузок / К. Н. Сухина, В. А. Пшеничкина, Е. И. Журбина // Инженерный вестник Дона. – 2015. – № 4 (38). – С. 84.
6. Holicky, M. Target reliability levels in Eurocodes and ISO standards / M. Holicky, J. Markova, M. Sykora // Herald of Polotsk State University. Series F. Civil Engineering. Applied Sciences. – 2015. – № 8. – P. 50–56.
7. Надольский, В. В. Оценка требуемого (целевого) уровня надежности на основании предыдущего опыта нормирования / В. В. Надольский, Ю. С. Мартынов // Вестник Полоцкого государственного университета. Серия F. Строительство. Прикладные науки. – 2014. – № 8. – С. 27–34.

A.A. Solovyova, S.A. Solovyov, K.A. Plotnikov, Yu.L. Vinogradova
Vologda State University

RELIABILITY ANALYSIS OF ENGINEERING STRUCTURES ELEMENTS BY GENERATING RANDOM VARIABLES

The article describes an approach to determining the reliability of elements of engineering structures based on the generation of random variables by Monte Carlo methods. The advantage of the presented approach is the simplicity and efficiency of implementation, including on the basis of available office software and computing complexes. A numerical example shows an algorithm for estimation of the failure probability of a steel truss bar according to the steel strength criterion. The connection of data generation based on accurate models of random variables with the analysis of the stress-strain state in modern software and computing complexes is one of the promising directions in the field of reliability analysis of buildings and structures.

Reliability, Monte Carlo, failure probability, random variable, safety, truss.