



ВЕРОЯТНОСТНЫЙ АНАЛИЗ НАДЕЖНОСТИ ДЕРЕВЯННЫХ БАЛОК ПО КРИТЕРИЮ ПРОЧНОСТИ НАКЛОННЫХ СЕЧЕНИЙ

В статье представлен вероятностный метод оценки надежности деревянных балок по критерию прочности наклонных сечений. Исследованы различные расчетные ситуации с различным количеством случайных величин в математической модели предельного состояния, что повышает практическую значимость разработанных подходов. Приведена информация о моделях деградации прочностных характеристик опорных участков балок, на основе которой можно рассчитывать срок службы балки до капитального ремонта или замены балки. Метод вероятностного анализа для оценки надежности следует подбирать исходя из степени нелинейности математической модели предельного состояния случайной величины, уровня изменчивости случайных величин и количества/качества полученной статистической информации при обследовании. В простых линейных математических моделях допустимо использование метода двух моментов (FOSM, First Order Second Moment), а в нелинейных математических моделях рекомендуется использовать алгоритм Хасофера – Линда или метод SORM (Second Order Reliability Method).

Надежность, прочность, деревянная балка, вероятность отказа, индекс надежности, наклонные сечения.

«Надежность любой конструкции является по существу конструктивным параметром, который должен вводиться в систему на этапе проектирования. При проектировании любой конструктивной системы следует иметь в виду, что ее рабочие характеристики и параметры являются вероятностными по своей природе. Очевидно, что факторы, определяющие прочность элементов и действующие на них нагрузки, также являются вероятностными. Это означает, что при оценке показателей надежности на этапе проектирования необходимо учитывать вероятностный характер параметров системы» [1].

Обеспечение безопасности эксплуатации деревянных конструкций является базовым принципом расчета и проектирования строительных конструкций на всех стадиях их жизненного цикла. Качественным показателем обеспечения безопасности является подтверждение выполнения требования непревышения предельных состояний, предусмотренных нормативными документами. Однако в таких случаях уровень безопасности не выражается количественно. Для количественной оценки безопасности строительных конструкций может быть использован критерий надежности, мерой которого является вероятность безотказной работы или вероятность отказа.

В древности точных методов расчета инженерных конструкций на прочность, жесткость, устойчивость и надежность не существовало, поэтому строители выбирали более тяжелые конструкции, здания и сооружения строились с очень большими запасами прочности. Иногда постройки были в сотни раз прочнее, чем требовалось, но со временем люди стали рационально подходить к строительству, исключая лишние запасы прочности, поэтому неумение предви-

деть, как будет работать сооружение в тех или иных условиях, приводило к его разрушению, аварии.

С 1 января 1955 г. основным принципом расчета строительных конструкций – метод расчетных предельных состояний. В наши дни он положен в основу большинства стандартов по проектированию, в частности в системе Еврокодов, где получил название «метод частных коэффициентов надежности» [2].

С развитием техники появилась потребность оценивать те или иные механизмы, конструкции, технологические процессы с позиций их устойчивости в работе и безотказности. В ответ на это возникло математическое понятие надежности, в котором надежность выступает как вероятность безотказного функционирования технического объекта [3].

Для начала рассмотрим понятие надежности строительных конструкций. Надежность строительного объекта – его способность выполнять требуемые функции в течение расчетного срока эксплуатации [4].

Доля аварий, произошедших в деревянных зданиях, по статистике с 1981 по 2003 год в среднем составляла 2–8 % от их общего количества [5].

Рассмотрим случаи обрушений деревянных конструкций, произошедшие в Вологодской области.

10.06.2010 (г. Вологда) произошло обрушение чердачного перекрытия жилого двухэтажного дома. Причина – намокшие деревянные конструкции перекрытия. Над обрушенным участком образовались протечки в кровле, а сильные дожди лишь усугубили процесс намокания.

21.03.2012 (пос. Новатор, Великоустюгский район, Вологодская область) произошло обрушение крыши деревянного сарая. Погиб 10-летний мальчик.

Крыша одного из сараев, возле которых играли дети, обвалилась из-за тяжести снега.

Профессор В.В. Леденев отмечает: «Основными ошибками при проектировании деревянных конструкций были: применение непригодных для деревянных конструкций конструктивных схем и узлов, неправильное определение действующих нагрузок; в частности, не учитываются образования снеговых мешков и неравномерное распределение нагрузок по покрытию, отсутствие связей между конструкциями, недостаточно полное оформление чертежей конструкций...», «встречаются неудачно осуществленные опорные узлы конструкций, являющиеся самыми ответственными и весьма уязвимыми конструкциями» [5].

Следует отметить, что существуют как дефекты, так и повреждения деревянных конструкций. Первые могут быть вызваны: ошибками при проектировании, несоблюдением проекта и правил производства работ, нарушением правил эксплуатации конечной продукции, а также воздействием огня. Биоповреждения бывают нескольких видов: нарушение температурно-влажностного режима конструкций и повреждение древесины насекомыми. При нарушении температурно-влажностного режима древесины при ее высыхании возникает усушка, коробление и растрескивание. При наличии избыточной влажности происходит процесс гниения материала. К характерным дефектам и повреждениям деревянных балок можно отнести: использование при строительстве сырой древесины, влажностью более 25 %, отсутствие гидроизоляционного слоя, а также плохую вентиляцию, поражение древесины грибом.

Большинство серьезных повреждений и аварий деревянных конструкций связано с нарушением правил эксплуатации зданий и сооружений – чаще всего именно эти нарушения приводят к загниванию деревянных конструкций. Основные причины загнивания деревянных конструкций: прямое или конденсационное увлажнение, дефекты гидроизоляции и несоблюдение температурно-влажностного режима эксплуатации. Стропильные конструкции наиболее часто повреждаются у торцов зданий из-за протечек в кровле [6].

Причины, вызывающие разрушение деревянных конструкций в ходе эксплуатации: систематическое замачивание конструкций, отсутствие защитных пропиток от разного рода повреждений, несвоевременное проведение ремонтно-восстановительных работ, отсутствие доступа к месту возникновения проблемы для осмотра и своевременного ремонта.

Возведение различных пристроек и надстроек к существующему зданию приводит к изменению схемы приложения снеговой нагрузки на покрытие и схемы водоотвода с крыши. Нарушение водостока приводит к загниванию опорных частей конструкций [6].

Актуальным направлением в развитии теории надежности строительных конструкций также является использование р-блоков [7–11].

В данной статье предлагается исследовать и разработать подходы к вероятностному анализу надежности деревянных балок. В качестве критерия предельного состояния принята прочность наклонных

сечений элемента. Для комплексной оценки надежности необходима разработка методов расчета надежности по всем нормативным критериям предельных состояний и последующая системная оценка надежности элемента.

Математическая модель предельного состояния по критерию прочности наклонных сечений в соответствии с СП 64.13330.2017 «Деревянные конструкции» может быть записана в виде:

$$\frac{QS'_{\bar{o}p}}{I_{\bar{o}p} b_{pac}} \leq R_{ck}, \quad (1)$$

где Q – расчетная поперечная сила;

$S'_{\bar{o}p}$ – статический момент брутто сдвигаемой части поперечного сечения элемента относительно нейтральной оси;

$I_{\bar{o}p}$ – момент инерции брутто поперечного сечения элемента относительно нейтральной оси;

b_{pac} – расчетная ширина сечения элемента;

R_{ck} – расчетное сопротивление скалыванию при изгибе.

Рассмотрим расчетный случай однопролетной балки на шарнирных опорах при равномерно распределенной нагрузке q .

В этом случае расчетная поперечная будет $Q = \frac{ql}{2}$, где l – пролет балки.

Пусть балка является брусом с круглым поперечным сечением. Статический момент сдвигаемой части будет равен произведению площади полусечения балки на расстояние от нейтральной оси до центра тяжести полусечения. Для круглого сечения он составит

$S'_{\bar{o}p} = \frac{2}{3} r^3 = 0,0833d^3$, где r – радиус поперечного сечения балки; d – диаметр поперечного сечения балки. Момент инерции сечения составляет $I_{\bar{o}p} = 0,049 d^4$.

Подставив указанные характеристики в неравенство (1), получим:

$$\frac{Q \cdot 0,0833d^3}{0,049d^4 \cdot d} = 1,7 \frac{Q}{d^2} \leq R_{ck}. \quad (2)$$

Для случая, указанного выше, математическая модель предельного состояния примет вид:

$$0,85 \frac{\tilde{q}l}{d^2} \leq \tilde{\sigma}_{ck}, \quad (3)$$

где волнистыми линиями обозначены случайные величины.

Обозначение введено $\tilde{\sigma}_{ck}$ вместо R_{ck} по причине того, что R_{ck} является нормативной величиной с заданной обеспеченностью. Поэтому в задачах оценки надежности используется не расчетное сопротивление, а прочность при скалывании $\tilde{\sigma}_{ck}$.

Рассмотрим первый вариант расчета надежности по (3), когда нагрузка и прочность древесины являются

ся случайными величинами, а диаметр поперечного сечения бревна определяется точно для конкретной балки и является детерминированной (постоянной) величиной.

В соответствии с СП 64.13330.2017, коэффициент вариации прочности древесины при скальвании составляет 0,2. Прочность древесины при скальвании, как правило, допускается описывать нормальным распределением вероятностей [12]. Если выполняется анализ надежности на стадии проектирования или нет возможности провести исследования прочности при скальвании на контрольных образцах древесины балки, то статистические характеристики могут быть получены исходя из информации СП 64:

$$R_{ск}^H = m_{\sigma,ск} (1 - 1,65v), \quad (4)$$

где $m_{\sigma,ск}$ – математическое ожидание прочности древесины при скальвании;

$R_{ск}^H$ – нормативная прочность (с обеспеченностью 0,95) древесины при скальвании, принимаемая по таблицам СП 64, в зависимости от класса древесины;

$$v = \frac{S_{\sigma,ск}}{m_{\sigma,ск}} \text{ – коэффициент вариации прочности}$$

древесины при скальвании;

$S_{\sigma,ск}$ – среднее квадратическое отклонение прочности древесины при скальвании.

Или параметры $m_{\sigma,ск}$ и $S_{\sigma,ск}$ могут быть получены по результатам испытаний контрольных образцов древесины.

Статистические параметры m_q и S_q для нагрузки могут быть также получены путем анализа статистической информации и проведения испытаний [13].

Индекс надежности балки по критерию прочности наклонных сечений может быть вычислен по формуле:

$$\beta = \frac{m_{\sigma,ск} - k \cdot m_q}{\sqrt{S_{\sigma,ск}^2 + (kS_q)^2}}, \quad (5)$$

$$\text{где } k = 0,85 \frac{l}{d^2}.$$

Вероятность безотказной работы (при условии, что случайные величины описываются нормальным распределением) может быть вычислена как

$$P = \Phi(\beta), \quad (6)$$

где $\Phi(\beta)$ – табличные значения функции Лапласа.

Рассмотрим пример. Исследуется балка пролетом $l=4$ м с диаметром поперечного сечения $d=0,1$ м. Тогда коэффициент $k=340$. Пусть по результатам испытаний древесины установлены статистические параметры ее прочности при скальвании: $m_{\sigma,ск} = 5$ МПа,

$S_{\sigma,ск} = 1$ МПа. Нагрузка характеризуется нормальным законом распределения с параметрами: $m_q = 8,0$ кН/м; $S_q = 0,8$ кН/м.

Подставляя указанные параметры в (5) можно вычислить индекс надежности $\beta = 2,2$. Соответствующая вероятность безотказной работы $P=0,9861$.

В [14] предложена модель снижения размеров поперечного сечения древесины:

$$r = k_{wood} k_{climate}, \quad (7)$$

$$t_{lag} = 3r^{-0,4}, \quad (8)$$

где k_{wood} – коэффициент, зависящий от физико-механических характеристик древесины; $k_{climate}$ – коэффициент, зависящий от климатического фактора.

Пусть по результатам вышеописанного примера имеем грибковое поражение опорного участка балки. По (7) примем ежегодное сокращение размеров сечения $r=0,30$ мм/год. Тогда индекс надежности будет изменяться с годами как показано на рисунке.

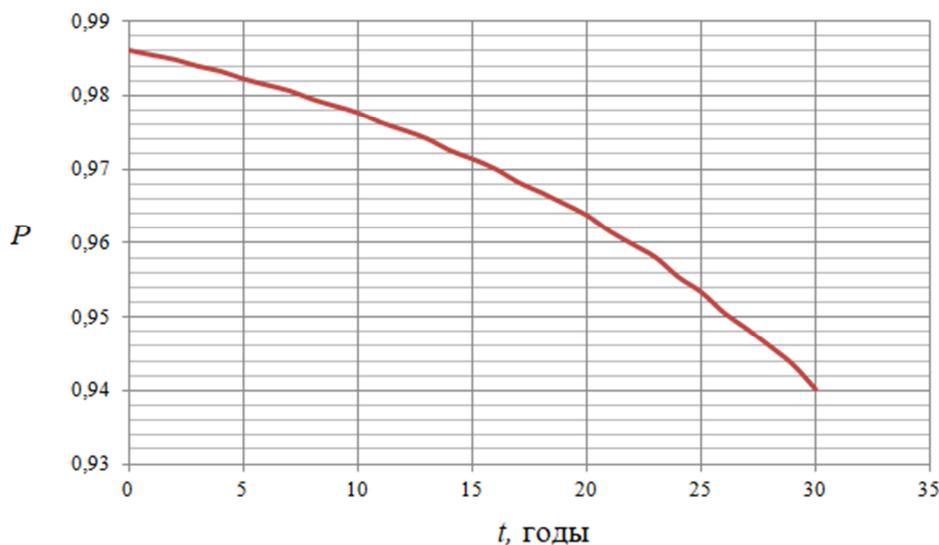


Рис. Снижение индекса надежности с ростом развития грибкового поражения сечения

По рисунку в запас надежности принято полное выключение из работы области сечения, пораженного грибком. В качестве более точной модели можно использовать предложение авторов [15] в виде:

$$A = A_{ND} + \alpha A_D, \quad (9)$$

где A_{ND} – площадь, которая не поражена грибком; A_D – площадь, пораженная грибком; α – коэффициент оставшейся несущей способности, который, как предполагается [15], принимает значения от 0 до 0,5.

В статье [15] отмечается, что деревянные элементы с круглым поперечным сечением имеют наибольший коэффициент вариации размеров поперечного сечения. В связи с этим, необходимо рассмотреть расчетный случай, когда диаметр сечения балки является также случайной величиной. Т.к. в этом случае функция предельного состояния со случайными величинами становится нелинейной, рекомендуется использовать другой алгоритм анализа надежности для более точной оценки. Рассмотрим, например, алгоритм Хасофера – Линда [16].

Запишем математическую модель предельного состояния (3) в виде:

$$\tilde{g}(\tilde{x}_i) = \tilde{x}_1 - 0,85 \frac{\tilde{x}_2 l}{\tilde{x}_3^2} \geq 0. \quad (10)$$

Для функции предельного состояния (10) вычисляется индекс надежности в виде:

$$\beta = \frac{E[g]}{\sigma_g}, \quad (11)$$

где $E[g]$ – математическое ожидание функции $g(\tilde{x}_i)$;

σ_g – среднеквадратическое отклонение функции $g(\tilde{x}_i)$.

Данные параметры определяются с использованием классических методов математической статистики.

В соответствии с алгоритмом Хасофера – Линда для анализа надежности, коэффициенты чувствительности могут быть вычислены как:

$$\alpha_i = - \frac{\frac{\partial g}{\partial x_i} \sigma_{x_i}}{\left[\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \sigma_{x_i} \right)^2 \right]^{1/2}}, \quad (12)$$

где σ_{x_i} – среднеквадратическое отклонение случайной величины \tilde{x}_i .

Затем вычисляются x^* - и u -координаты для функции предельного состояния $g(\tilde{x}_i)$:

$$x_i^* = E[x_i] + \beta \cdot \sigma_{x_i} \cdot \alpha_i, \quad (13)$$

$$u_i = \frac{x_i^* - E[x_i]}{\sigma_{x_i}}, \quad (14)$$

где $E[x_i]$ – математическое ожидание случайной величины \tilde{x}_i .

После чего строится новая функция предельного состояния $g(x_i^*)$, и определяется ее производная

$$\frac{\partial g(x_i^*)}{\partial x_i^*}.$$

Новый индекс надежности β^* можно определить в виде

$$\beta^* = \frac{g(x^*) - \sum \frac{\partial g(x^*)}{\partial x_i} \sigma_{x_i} u_i}{\left[\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g(x^*)}{\partial x_i} \sigma_{x_i} \right)^2 \right]^{1/2}}. \quad (15)$$

Если индекс надежности, рассчитанный по (15), близок к индексу надежности (11), то его принимают за итоговый результат. Если разница велика, алгоритм расчета повторяют по формулам (12)–(15) (начиная с координат x^* и получая в дальнейшем координаты x^{**}) до требуемой сходимости индекса надежности.

В статье предложены вероятностные подходы к вероятностной оценке надежности наклонных сечений деревянных балок.

Приведена информация о моделях деградации прочностных характеристик опорных участков балок, на основе которой можно рассчитывать срок службы балки до капитального ремонта или замены балки.

В простых линейных математических моделях допустимо использование метода двух моментов (FOSM, First Order Second Moment), а в нелинейных математических моделях рекомендуется использовать алгоритм Хасофера – Линда или метод SORM (Second Order Reliability Method).

Литература

1. Чемодуров, В. Т. Оптимизация и надежность строительных систем / В. Т. Чемодуров, М. С. Сеитжелилов // Строительство и техногенная безопасность. – 2017. – № 9 (61). – С. 83–86.
2. Перельмутер, А. В. Развитие требований к безотказности сооружений // Вестник ТГАСУ. – 2015. – №1 – С. 81–101.
3. Васильев А. И. Основы теории надежности мостов : учебное пособие / А. И. Васильев. – Москва : МАДИ, 2021. – 96 с.
4. ГОСТ 27751-2014. Надежность строительных конструкций и оснований. Основные положения. – Введ. 01.07.2015. – Москва : Издательство стандартов, 2014. – 16 с.
5. Леденев, В. В. Аварии в строительстве. Т. 1. Причины аварий зданий и сооружений : учебное пособие / В. В. Леденев. – Тамбов : ТГТУ, 2014. – 210 с.

6. Пономарева, Н. Г. Анализ причин возникновения дефектов, влияющих на безопасность эксплуатации конструкций деревянных жилых домов / Н. Г. Пономарева, Н. В. Коровкина // Сетевое издание «Безопасность и охрана труда». – 2020. – № 4 (85). – С. 61–62.
7. Соловьева, А. А. Метод оценки надежности элементов плоских ферм на основе р-блоков / А. А. Соловьева, С. А. Соловьев // Вестник МГСУ. – 2021. – Т. 16, № 2. – С. 153–167.
8. Соловьева, А. А. Исследование развития моделей случайных величин в расчетах надежности строительных конструкций при неполной статистической информации / А. А. Соловьева, С. А. Соловьев // Вестник МГСУ. – 2021. – Т. 16, № 5. – С. 587–607.
9. Соловьева, А. А. Расчет надежности элементов стальных ферм по критерию устойчивости с использованием р-блоков / А. А. Соловьева, С. А. Соловьев // Строительная механика и расчет сооружений. – 2021. – № 1. – С. 45–53.
10. Соловьев, С. А. Анализ надежности элементов стальных ферм при интервальной оценке случайных величин / С. А. Соловьев, А. Э. Иньков, А. А. Соловьева // Вестник ВоГУ. – 2022. – № 1. – С. 53–57.
11. Solovev, S. Structural Reliability Analysis Using Evidence Theory and Fuzzy Probability Distributions / S. Solovev, A. Soloveva // Magazine of Civil Engineering. – 2021. – № 7 (107): 10704.
12. Xiao, Y. An Experimental Study on Shear Strength of Glulam / Y. Xiao, Y. Wu, J. Li & R. Z. Yang // Construction and Building Materials. – 2017. – № 150. – pp. 490–500.
13. Кургузов, К. В. Вероятностно-статистическое моделирование нагрузок и воздействий / К. В. Кургузов, И. К. Фоменко, Д. Д. Шубина // Вестник МГСУ. – 2020. – Т. 15, № 9. – С. 1249–1261.
14. Wang C. Probabilistic Procedure for Design of Untreated Timber Poles in-ground Under Attack of Decay Fungi / Wang C., Leicester R. H., Nguyen M. // Reliab Eng Syst Safety. – 2006. – № 93 (3). – pp. 476–481.
15. In Situ Measured Cross Section Geometry of Old Timber Structures and its Influence on Structural safety / Paulo B. Lourenco, Helder S. Sousa, Ricardo D. Brites, Luis C. Neves. // Materials and Structures. – DOI 10.1617/s11527-012-9964-5.
16. Hasofer. A. M. Exact and Invariant Second-Moment Code Format / A. M. Hasofer, N. C. Lind // Journal of the Engineering Mechanics division. – 1974. – V. 100, № 1. – pp. 111–121.

Yu.A. Inkova
Vologda State University

PROBABILISTIC ANALYSIS OF TIMBER BEAMS RELIABILITY BY SHEAR STRENGTH CRITERION

The article presents a probabilistic method for assessing the reliability of timber beams by the criterion of shear strength. Various design cases are examined with different numbers of random variables in the mathematical model of the limit state. Information is provided on the models of degradation of the strength characteristics of the beams support cross-sections, based on which it is possible to calculate the service life of the beam before major repairs or replacement of the beam. The method of probabilistic analysis for assessing reliability should be selected based on the degree of nonlinearity of the mathematical model of the limit state of a random variable, the level of variability of random variables and the quantity/quality of statistical data obtained during the survey. In simple linear mathematical models, it is permissible to use the two-moment method (FOSM, First Order Second Moment), and in non-linear mathematical models, it is recommended to use the Hasofer-Lind algorithm or the SORM (Second Order Reliability Method).

Reliability, strength, timber beam, failure probability, reliability index, shear.