СТРОИТЕЛЬСТВО И АРХИТЕКТУРА

УДК 539.3


Э.Ф. Кривулина, С.М. Шляхов
Саратовский государственный технический университет
имени Гагарина Ю.А.

ЗАДАЧА ОЦЕНКИ НАДЕЖНОСТИ ПО УСТОЙЧИВОСТИ ПОЛОГОЙ СТЕРЖНЕВОЙ СИСТЕМЫ ИЗ БЕТОННЫХ БАЛОК ПРИ СЕРНОМ ИХ УПРОЧНЕНИИ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ СТАЦИОНАРНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

В статье представлено решение задачи об оценке влияния серного упрочнения железобетонных балок на устойчивость пологой стержневой системы. Нагрузка на систему случайна. Приведен пример расчета и дан сравнительный анализ несущей способности упругой системы при насыщении балок серой и без нее.

Пористость, серобетон, надежность.

Известно, что бетон является пористым материалом, несущая способность которого существенно зависит от уровня пористости (P). В целях повышения прочностных характеристик бетона используется сера. В статье [5] представлено решение задачи диффузии серы в поры бетона и найдены значения модуля Юнга серобетонной смеси на основе теории смесей композитов [4, 5].

Выяснено, что модуль Юнга серобетонной смеси мало отличается от чистого бетона. Обусловлено это близостью упругих свойств бетона и кристаллической серы. Сказанное не относится к пределу прочности смеси при сжатии, который существенно зависит от содержания серы. В частности, для случая пористости $\mathrm{P} = 8\,\%$ (тяжелый бетон). Эксперимент дает $R_{\text{в}_1} = 21{,}5$ МПа для чистого бетона и $R_{\text{в}_2} = 42$ МПа для бетона, насыщенного серой [1]. Расчетная схема конструкции отражена на рисунке 1.

Симметричная стержневая система состоит из n равных шарнирно скрепленных стержней. Подъем стержней (Y) мал по сравнению с их длиной (l). Конструкция нагружена в общем узле силой (Q). Нагрузка (Q) являет собой случайный нормальный стационарный процесс. Задана нормативная надежность конструкции по устойчивости ($\mathrm{H}_{\text{норм}}$) и время эксплуатации системы (T).

В процессе нагружения системы стержни испытывают сжимающие их усилия и по достижении критической нагрузки ($Q = Q_{\text{кр}}$) вся система претерпевает проскок в обратную сторону. В течение всего времени эксплуатации (T) должны соблюдаться условия надежности:

$$Q < Q_{\text{кр}},\ H \geq H_{\text{норм}}. \qquad (1)$$

Для указанного процесса нагружения надежность по устойчивости примет вид [2]

$$H = exp\left(-\frac{T\dot{\sigma}_Q}{2\pi\sigma_Q} exp\left(-\frac{(Q_{\text{кр}} - m_Q)^2}{2\sigma_Q^2}\right)\right). \qquad (2)$$

На основе экспериментальных данных корреляционная функция может быть задана формулой

$$K_Q(\tau) = \sigma_Q^2 e^{-\alpha_0|\tau|}\left(cos\beta_0\tau + \frac{\alpha_0}{\beta_0} sin\beta_0|\tau|\right), \qquad (3)$$

где α_0, β_0 – эмпирические коэффициенты.

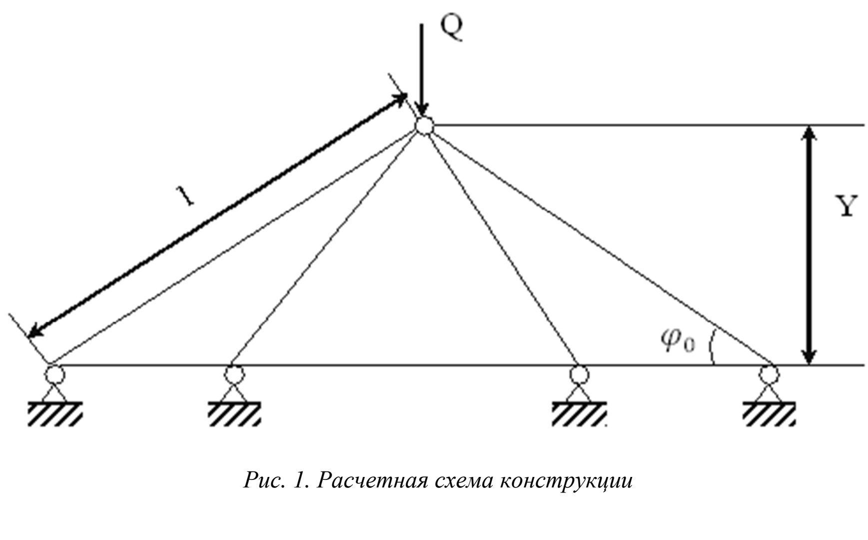

Рис. 1. Расчетная схема конструкции

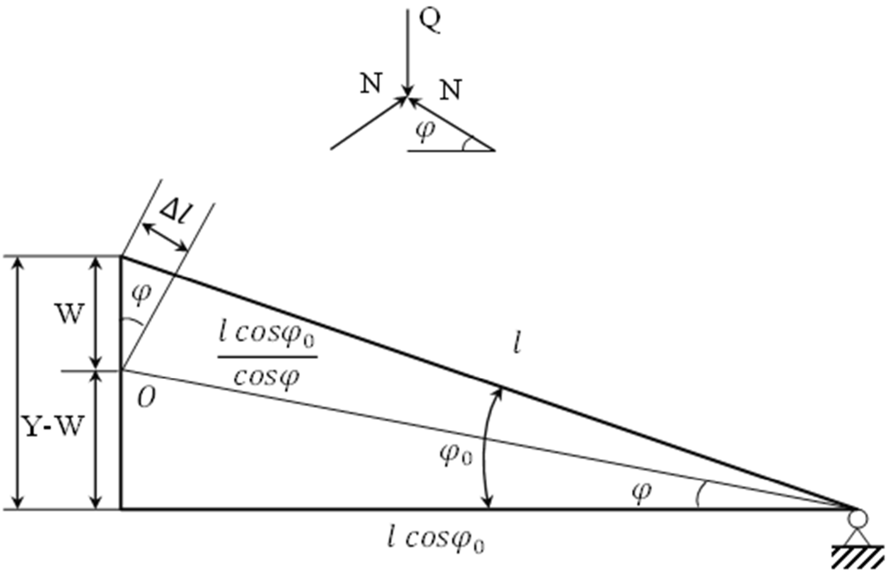

Рис. 2. Схема деформирования стержней

Согласно (3) формула надежности (2) приобретет вид

$$H = exp\left(-\frac{T\sqrt{\alpha_0^2+\beta_0^2}}{2\pi}exp\left(-\frac{(Q_{\text{кр}}-m_Q)^2}{2\sigma_Q^2}\right)\right). \quad (4)$$

Для определения характера деформирования системы рассмотрим один из стержней до и после нагружения [3] (рис. 2).

Обозначим через φ угол, который составляет стержень с горизонтальной плоскостью. После деформации высота узловой точки О над горизонтом будет $Y-W$. Соответственно, угол наклона стрежней к горизонту при малых перемещениях определится отношением $sin\varphi_0 \approx \varphi_0 = \frac{Y}{l}$. Связь нагрузки ($Q$) с усилиями в стержнях (N) будет следующей:

$$Q = nN\frac{Y-W}{l}. \quad (5)$$

Из геометрии деформирования видим, что $\Delta l = l\left(1-\frac{cos\varphi_0}{cos\varphi}\right)$. Отсюда в силу малости углов φ и φ_0 следует:

$$\Delta l = \frac{l}{2}(\varphi_0^2-\varphi^2). \quad (6)$$

Поскольку $\varphi_0 = \frac{Y}{l}$, $\varphi = \frac{Y-W}{l}$, то на основе (6) получим:

$$\Delta l = \frac{W}{l}\left(Y-\frac{W}{2}\right). \quad (7)$$

Выразим связь усилия в стержне N с перемещением Δl, используя закон Гука:

$$N = \frac{F_*\Delta l}{l}. \quad (8)$$

Здесь F_* – упруго геометрический фактор жесткости при растяжении – сжатии.

Полагаем, что пористость распределена по сечению бруса равномерно. Рабочая площадь поперечного сечения будет равна

$$A = A_0(1-P). \quad (9)$$

Здесь A_0 – геометрическая площадь условно сплошного сечения.

Вводится также гипотеза, что арматура работает только на растяжение, а бетон – только на сжатие.

В нашей задаче стержни только сжимаются, следовательно, арматура роли не играет.

Поскольку насыщение пор бетона серой практически не влияет на его модуль Юнга (E), то в дальнейшем будем считать геометрический фактор жесткости стержня зависящим только от реальной площади сечения.

Для сечения без серы имеем

$$F_* = EA_0(1-P). \quad (10)$$

Для сечения, насыщенного серой, имеем

$$F_* = F_{\text{сер}} = EA_0.$$

Подставляя (7) в (8), определим сжимающее усилие в стержне:

$$N = \frac{F_*}{l^2}W\left(Y-\frac{W}{2}\right). \quad (11)$$

На основании (11) из условия (5) получаем

$$Q = \frac{nF_*}{l^3}W(Y-W)\left(Y-\frac{W}{2}\right). \quad (12)$$

Полученную зависимость (12) представим в безразмерной форме:

$$\frac{Ql^3}{nF_*Y^3} = \frac{W}{Y}\left(1-\frac{W}{Y}\right)\left(1-\frac{W}{2Y}\right). \quad (13)$$

Графически функция (13) представлена на рисунке 3.

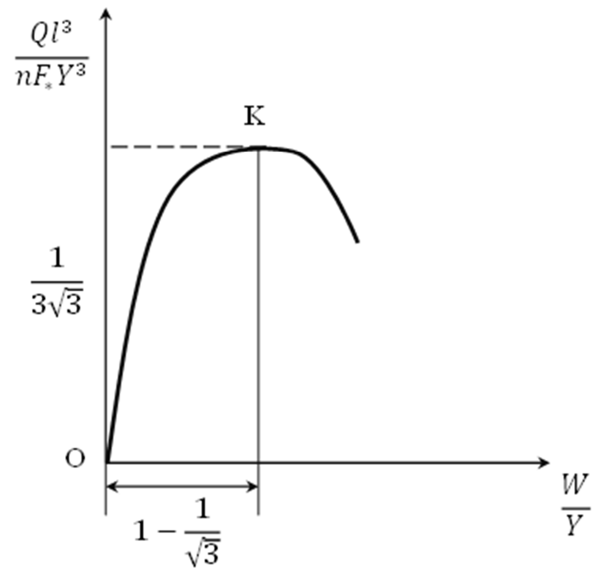

Рис. 3. Графическое представление функции (13)

Точка К на рисунке 3 соответствует первому экстремуму, дающему минимальное критическое усилие $Q_{\text{кр}}$, при котором система теряет устойчивость.

В качестве иллюстративного примера рассмотрим систему из трех железобетонных стержней со следующими геометрическими параметрами: поперечное сечение – квадрат со стороной $a = 5 \cdot 10^{-2}$м, длина стержня $l = 3$ м, стрела подъема $Y = 0,2$ м. Параметры случайного процесса: заданная надежность $H_{\text{норм}} = 0,995$, срок службы $T = 10$ лет $= 315 \cdot 10^6$с, $\alpha_0 = 0,3\frac{1}{\text{с}}$, $\beta_0 = 0,4\frac{1}{\text{с}}$. Пористость бетона $P = 0,08$ (8 %). Модуль Юнга бетона $E_{\text{бет}} = 20 \cdot 10^3$ МПа. Рабочая нагрузка $Q = 4,6$ кН, $\sigma_Q = 0,46$ кН.

Рассмотрим сначала брус без серного упрочнения:

$$Q_{\text{кр1}} = \frac{EFY^3}{\sqrt{3}l^3} = \frac{Ea^2(1-P)Y^3}{\sqrt{3}l^3} = \frac{20\cdot10^3\cdot(5\cdot10^{-2})^2(1-0,08)0,8^3}{\sqrt{3}\cdot3^3} = 7,88 \cdot 10^{-3}\text{МН} = 7,88\text{кН}.$$

Определим детерминистический коэффициент запаса устойчивости: $n_{y1} = \frac{Q_{\text{кр1}}}{Q} = \frac{7,88}{4,6} = 1,71$.

Определим надежность системы по устойчивости по формуле (4):

$$H_1 = exp\left(-\frac{315\cdot10^6\cdot0,5}{2\cdot3,14}exp\left(-\frac{(7,88-4,6)^2}{2\cdot0,46^2}\right)\right) = 1 > H_{\text{норм}}.$$

Рассмотрим брус с серным упрочнением:

$$Q_{\text{кр2}} = \frac{F_*Y^3}{\sqrt{3}l^3} = \frac{Ea^2Y^3}{\sqrt{3}l^3} = \frac{20\cdot10^3\cdot(5\cdot10^{-2})^2 0,2^3}{\sqrt{3}\cdot3^3} = 8,56\cdot10^{-3}\text{МН} = 8,56\text{кН}.$$

Детерминистический коэффициент запаса устойчивости равен $n_{y2} = \frac{Q_{\text{кр2}}}{Q} = \frac{8,56}{4,6} = 1,86$.

Надежность системы по устойчивости остается прежней, равной $H = 1$.

Как видим, при серном упрочнении статическая устойчивость системы существенно повышается.

Оценим статическую прочность стержней на сжатие при нагрузке, близкой к критической.

Внутреннее усилие (N) в стержне определяется формулой (11) при $\frac{W}{Y} = 1 - \frac{1}{\sqrt{3}} = 0,42263$.

Соответственно получаем $W = 0,42263 \cdot 0,2 = 0,084526$ м.

Для внутреннего усилия (N) будем иметь $N = \frac{F_*}{l^3}0,084526 \cdot \left(0,2 - \frac{0,084526}{2}\right) = \frac{F_*}{l^3}0,013333.$

Нормальное напряжение в сечении стержня будет равно $\sigma = \frac{N}{A} = \frac{F_*\cdot0,013333}{l^3A}$.

Для бруса без серы имеем

$$\sigma_1 = \frac{EA_0(1-P)}{l^2A_0(1-P)}\cdot0,013333 = \frac{E\cdot0,013333}{l^3} = 29,6\text{ МПа}.$$

Полученное напряжение $\sigma_1 = 29,6$ МПа $> R_{B1} = 21,6$ МПа.

Для бруса с серой имеем $\sigma_2 = \frac{EA_0}{l^2A_0}\cdot0,013333 = \frac{E\cdot0,013333}{l^3} = 29,6$ МПа.

Полученное напряжение $\sigma_2 = 29,6$ МПа $< R_{B2} = 42$ МПа.

Как видим, формально напряжение в пористом брусе будет одинаковым при насыщении серой и без нее, но при нагрузке, близкой к критической, статическая прочность серобетона выше. Сказанное подтверждает целесообразность применения насыщения серой пор в бетонных балках.

Литература

1. Строительство, Специальные цементы : официальный сайт. – URL: www.stfa.ru/poristost-betona (дата обращения: 29.08.2022). – Текст : электронный.

2. Арасланов, А. М. Расчет элементов конструкций заданной надежности при случайных воздействиях / А. М. Арасланов. – Москва : Машиностроение, 1987. – 128 с.

3. Пономарев, С. Д. Расчеты на прочность в машиностроении / С. Д. Пономарев. – Москва : Машгиз, 1956. – Т. 1. – 884 с.

4. Шермергор, Т. Д. Теория упругости микронеоднородных сред / Т. Д. Шермергор. – Москва : Наука, 1977. – 400 с.

5. Шляхов, С. М. Об оценке упругих характеристик бетонной балки при поверхностном упрочнении ее серой / С. М. Шляхов, М. М. Егоров // Техническое регулирование в транспортном строительстве. – 2019. – № 2 (35).

E.F. Krivulina, S.M. Shlyakhov
Saratov State Technical University named after Yuri Gagarin

PROBLEM OF RELIABILITY EVALUATION ON STABILITY OF CONCRETE BEAMS SLOW ROD SYSTEM UNDER THEIR SULFUR HARDENING ON THE BASIS OF STATIONARY RANDOM PROCESSES THEORY

The article presents a solution to the problem of assessing the effect of sulfur hardening of reinforced concrete beams on the stability of a shallow bar system. The load on the system is random. An example of calculation is given and a comparative analysis of the bearing capacity of an elastic system with and without saturation of beams with sulfur is given.

Porosity, sulfur concrete, reliability.