



ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ СЫПУЧЕГО МАТЕРИАЛА

В статье рассматривается способ определения меры инертности сыпучего материала, что имеет существенное значение при разработке и проектировании вибрационных сортировальных машин. В основе решения этой задачи лежит представление состояния сыпучего материала в виде суперпозиции его крайних состояний – полной неподвижности и максимальной подвижности. Рассмотрены функции состояния материала и экспериментально-аналитические методы их определения. На основе предложенной методики произведен расчет динамических параметров сыпучего материала для конкретного примера.

Суперпозиция, граничные состояния, функции состояния, подвижность, неподвижность, переменная состояния, частота колебаний.

При линейных колебаниях массивных решетных станов развивается значительная реактивная мощность [1]. Существенное влияние на эту мощность оказывает динамика сыпучего материала.

Целью работы является определение меры инертности сыпучего материала.

Задача исследования состоит в обосновании представления сыпучего материала в виде суперпозиции его подвижного и неподвижного состояний.

Пусть степень подвижности сыпучего материала относительно решета оценивается величиной ξ , при этом $\xi \in [\xi_a, \xi_z] \subset \mathbb{R}$. Представление ξ в виде суперпозиции граничных состояний ξ_a и ξ_z имеет вид:

$$\xi = \varphi_a \xi_a + \varphi_z \xi_z, \quad (1)$$

где φ_a и φ_z – функции состояния.

Актуальность темы обусловлена необходимостью расчета динамики решетного стана в совокупности с сыпучим материалом [2–5]. Основная трудность этой задачи состоит в отсутствии даже приблизительных сведений об обобщенном коэффициенте динамического трения, поскольку на его величину существенно влияет перемещение сыпучего материала во всем его объеме, а не только в плоскости соприкосновения с решетками. Представление динамического состояния сыпучего материала в виде суперпозиции его подвижного и неподвижного состояний позволяет решать эту и подобные задачи.

Дальнейшее рассмотрение ограничивается широко распространенными в практических задачах моделями с взаимоисключающими равновеликими граничными состояниями.

Суперпозиция взаимоисключающих равновеликих граничных состояний. Такими состояниями в рассматриваемом случае являются ξ_a – неподвижность сыпучего материала относительно решета и ξ_z – его подвижность. При этом

$$|\xi| = |\xi_a| = |\xi_z|. \quad (2)$$

Равенство может необходимо обеспечиваться, если, например, соответствующие величины измеряются в процентах: неподвижность $\xi_a = 100\%$ и подвижность $\xi_z = 100\%$.

Из этого следует, что

$$\varphi_a + \varphi_z = 1$$

и промежуточное состояние можно представить в виде:

$$\xi = \varphi_a \xi_a + (1 - \varphi_a) \xi_z = (1 - \varphi_z) \xi_a + \varphi_z \xi_z.$$

Состоянию ξ_a соответствует максимальная частота колебаний ω_a , при которой сыпучий материал остается неподвижным относительно решета за счет статической силы трения. При этом он совершает колебания относительно корпуса сортировальной машины с теми же частотой и амплитудой, что и решетный стан. Состоянию ξ_z соответствует минимальная частота ω_z , при которой сыпучий материал остается неподвижным относительно корпуса машины благодаря инерции. При этом он совершает колебания относительно решета с теми же частотой и амплитудой. Очевидно, что $\omega_a < \omega_z$.

При частоте $\omega_a < \omega < \omega_z$ φ_a -часть сыпучего материала условно может считаться неподвижной относительно решета, φ_z -часть – подвижной.

Функции состояния связаны с частотой колебаний, которая является переменной состояния. Переменными состояниями в общем случае могут быть другие величины – время, скорость, температура, влажность и т.д.

Функции состояния. Пусть x – переменная состояния, $x \in [x_a, x_z] \subset \mathbb{R}$. Переменная состояния является аргументом функции состояния.

Функции состояния могут быть линейными:

$$\begin{aligned} \varphi_a(x) &= 1 - p(x - x_a), \quad p \in \mathbb{R}, \\ \varphi_z(x) &= p(x - x_a), \\ p(x_z - x_a) &= 1. \end{aligned} \quad (3)$$

Во многих случаях функции состояния являются нелинейными, при этом чаще всего их аналитическое изображение неизвестно.

Для рассматриваемых моделей с взаимоисключающими равновеликими граничными состояниями функции состояния, как правило, являются непрерывными и монотонными на интервале $[x_a, x_z]$. При этом φ_a изменяется от 1 до 0, а φ_z – от 0 до 1. При этих условиях функции состояния в большинстве практических случаев являются аналитическими на интервале $[x_a, x_z]$ и могут быть представлены в виде разложений в ряды, например, Тейлора:

$$\varphi_a(x) = \varphi_a(x_w) + \varphi'_a(x_w)(x - x_w) + \frac{\varphi''_a(x_w)}{2!}(x - x_w)^2 + \dots + \frac{\varphi_a^{(n)}(x_w)}{n!}(x - x_w)^n, \quad (4)$$

при условии пренебрежимой малости остаточного члена. Здесь $x_w \in [x_a, x_z]$. В пользу ряда Тейлора говорят, например, то, что (3) является его частным случаем при $n = 1$.

Величины

$$\varphi_a(x_w), \varphi'_a(x_w), \varphi''_a(x_w), \dots, \varphi_a^{(n)}(x_w) \quad (5)$$

можно рассматривать как параметры функции состояния. Для их определения необходимо найти, например, экспериментально, помимо $\varphi_a(x_w)$, еще n конкретных значений функции состояния $\varphi_a(x_1), \varphi_a(x_2), \dots, \varphi_a(x_n)$ и составить в соответствии с (4) систему из n уравнений с n неизвестными.

Так как граничные значения функции состояния известны, границы интервала $[x_a, x_z]$ без труда можно определить в соответствии с (4).

Поскольку ξ_a – неподвижность, а ξ_z – подвижность сыпучего материала, то $\varphi_a(x)$ можно рассматривать как функцию неподвижности, а $\varphi_z(x)$ – как функ-

цию подвижности. При этом (5) являются параметрами функций подвижности и неподвижности.

Аналогичным образом могут определяться функции для других состояний.

Пример. Для решетчатой машины [6] экспериментально получены следующие данные: $n_w = 8 \text{ с}^{-1}$ (рабочий режим) ($n = \omega/2\pi$), $\varphi_a(n_w) = 0,320$; $n_1 = 3 \text{ с}^{-1}$, $\varphi_a(n_1) = 0,822$; $n_2 = 5 \text{ с}^{-1}$, $\varphi_a(n_2) = 0,579$; $n_3 = 12 \text{ с}^{-1}$, $\varphi_a(n_3) = 0,122$. Система уравнений для этих данных в соответствии с (4) имеет вид

$$\begin{cases} 0,822 = 0,320 + \varphi'_a(8)(3-8) + \frac{\varphi''_a(8)}{2!}(3-8)^2 + \frac{\varphi'''_a(8)}{3!}(3-8)^3 \\ 0,579 = 0,320 + \varphi'_a(8)(5-8) + \frac{\varphi''_a(8)}{2!}(5-8)^2 + \frac{\varphi'''_a(8)}{3!}(5-8)^3 \\ 0,122 = 0,320 + \varphi'_a(8)(12-8) + \frac{\varphi''_a(8)}{2!}(12-8)^2 + \frac{\varphi'''_a(8)}{3!}(12-8)^3 \end{cases}$$

Решение системы:

$$\varphi'_a(8) = -6,825 \cdot 10^{-2}, \quad \frac{\varphi''_a(8)}{2!} = 5,456 \cdot 10^{-3},$$

$$\frac{\varphi'''_a(8)}{3!} = -1,977 \cdot 10^{-4}.$$

Таким образом, функция неподвижности (4) имеет вид

$$\varphi_a(n) = 0,320 - 6,825 \cdot 10^{-2}(n-8) + 5,456 \cdot 10^{-3}(n-8)^2 - 1,977 \cdot 10^{-4}(n-8)^3.$$

Функция подвижности соответственно

$$\varphi_z(n) = 0,680 + 6,825 \cdot 10^{-2}(n-8) - 5,456 \cdot 10^{-3}(n-8)^2 + 1,977 \cdot 10^{-4}(n-8)^3.$$

По известным граничным значениям функций состояния (0 и 1) определяются граничные значения переменной состояния: $n_a = 1,8 \text{ с}^{-1}$, $n_z = 17,2 \text{ с}^{-1}$.

На рисунке изображены функции состояния для рассматриваемого примера.

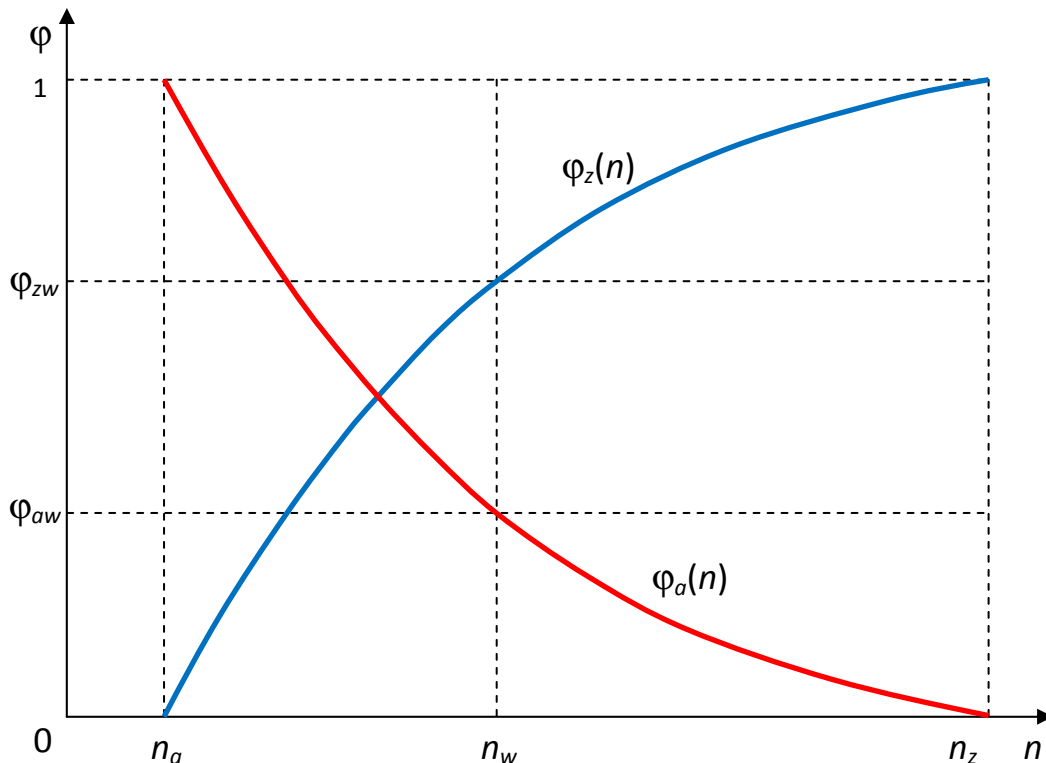


Рис. Функции состояния: $\varphi_a(n)$ – функция неподвижности, $\varphi_z(n)$ – функция подвижности

Состояние сыпучего материала на рабочей частоте $n_w = 8 \text{ с}^{-1}$ определяется суперпозицией его граничных состояний:

$$\xi = \varphi_a(n_w)\xi_a + \varphi_z(n_w)\xi_z = 0,32\xi_a + 0,68\xi_z.$$

Для определения инерционных и диссипативных нагрузок привода решетчатого стана суперпозиция граничных состояний может быть распространена на массу сыпучего материала m . Для этого последнее выражение, имея в виду (2), следует разделить на $|\xi|$ и умножить на m .

$$m = \varphi_a(n_w)m + \varphi_z(n_w)m = 0,32m + 0,68m.$$

Это можно условно интерпретировать таким образом, что часть сыпучего материала массой $0,32m$ совершает колебания вместе с решетчатым станом, внося вклад в инерционную нагрузку, а часть сыпучего материала массой $0,68m$ за счет подвижности относительно решетки создает силу трения и соответствующую диссипативную нагрузку [7].

Этот способ может использоваться для объектов с другими параметрами и состояниями.

Алгоритм экспериментального определения значений функции подвижности сыпучего материала. Движения решетчатых станов сортировальной машины сопровождаются знакопеременными ускорениями. При положительном ускорении привод сообщает решетчатому стану существенную кинетическую энергию. При отрицательном – энергия передается от решетчатого стана приводу. Развиваемая мощность, следовательно, является знакопеременной или реактивной.

При сдвиге фаз колебаний двух решетчатых станов на π снимается динамическая нагрузка на корпус сортировальной машины, но не решается проблема нейтрализации нагрузок привода решетчатых станов и питающей сети – момент на валу привода и потребляемая мощность остаются знакопеременными.

При сдвиге фаз колебаний двух решетчатых станов на $\pi/2$ знакопеременные инерционные мощности решетчатых станов взаимно нейтрализуются и поток знакопеременной мощности питающей сети равен нулю, что позволяет существенно сократить потребление энергии из сети [8, 9] при обеспечении балансировки машины [10, 11].

Для двух решетчатых станов, совершающих колебания в противофазах, при отсутствии сыпучего материала измеряется мощность P , развиваемая приводом на частоте n_c . Она состоит из двух неизвестных частей – P_{11} и P_{21} , обусловленных соответственно инерционными и диссипативными нагрузками.

После этого от общего приводного вала решетчатым станам сообщают колебания той же частоты n_c , сдвинутые друг относительно друга на четверть периода колебаний. В этом случае решетчатые станы обмениваются кинетической энергией между собой, а не с приводом, для которого в этой связи часть мощности, обусловленная инерционной нагрузкой, равна нулю. Измеренная мощность привода равна P_{21} . По измеренным P и P_{21} определяется P_{11} .

Решетчатые станы загружаются сыпучим материалом, и на той же частоте n_c выполняются аналогичные

измерения, в результате которых становятся известными величины P_{12} и P_{22} .

Искомая часть массы сыпучего материала $\varphi_a(n_c)m$, вносящая вклад в инерционную нагрузку, определяется разностью $P_{12} - P_{11}$.

Часть массы сыпучего материала $\varphi_z(n_c)m$, вносящая вклад в диссипативную нагрузку, определяется как

$$\varphi_z(n_c) = m - \varphi_a(n_c)m.$$

По части диссипативной мощности $P_{22} - P_{21}$ и $\varphi_z(n_c)m$ можно определить обобщенный коэффициент динамического трения системы «решетчатый стан – ворох».

Не всегда имеется возможность определить граничные состояния исследуемого объекта ξ_a и ξ_z . В этом случае вместо (1) можно использовать его обобщение:

$$\xi = \varphi_b(x)\xi_b + \varphi_y(x)\xi_y, \quad \xi \in [\xi_b, \xi_y] \subset [\xi_a, \xi_z].$$

Представление динамического состояния сыпучего материала в виде суперпозиции его граничных состояний (подвижности и неподвижности) позволяет установить совокупную инертную массу решетчатого стана и расчетной части сыпучего материала, без чего невозможно корректное решение задачи динамики решетчатой сортировальной машины [12].

Литература

1. Попов, И. П. Диссипативная, реактивная и полная мощности виброприводов машин / И. П. Попов // Вестник Вологодского государственного университета. – 2019. – № 3 (5). – С. 72–74.
2. Коробчук, М. В. Обзор современных вибрационных смесителей сыпучих материалов и тенденции их развития / М. В. Коробчук, А. Н. Веригин // Южно-Сибирский научный вестник. – 2020. – № 4 (32). – С. 32–45.
3. Локтионова, О. Г. Математическое моделирование вибрационных машин для переработки сыпучих материалов / О. Г. Локтионова, С. Ф. Яцун, Л. В. Лукин // Известия Курского государственного технического университета. – 1997. – № 1. – С. 11–20.
4. Попов, И. П. Исследование вынужденных колебаний механических систем / И. П. Попов // Вестник Вологодского государственного университета. – 2019. – № 4 (6). – Ч. 1. – С. 21–25.
5. Попов, И. П. Исследование вынужденных колебаний механических систем / И. П. Попов // Вестник Вологодского государственного университета. – 2020. – № 1 (7). – С. 27–32.
6. Попов, И. П. Построение вибрационных сортировальных машин по схеме мультиинертного осциллятора / И. П. Попов // Вестник Вологодского государственного университета. – 2020. – № 3 (9). – С. 14–17.
7. Попов, И. П. Производительная мощность при сортировке сыпучих материалов / И. П. Попов // Вестник Вологодского государственного университета. – 2020. – № 1 (7). – С. 70–72.
8. Попов, И. П. Инертная колебательная система из двух грузов для вибрационных механизмов / И. П. Попов // Вестник Вологодского государственного университета. – 2020. – № 2 (8). – С. 10–12.

9. Popov, I. P. Free harmonic oscillations in systems with homogeneous elements / I. P. Popov. – DOI: 10.1016/j.jappmathmech.2012.09.005 // Journal of Applied Mathematics and Mechanics. – 2012. – Vol. 76. Iss. 4. – P. 393–395.

10. Попов, И. П. Самобалансировка вибрационных механизмов / И. П. Попов // Вестник Вологодского государственного университета. – 2018. – № 2 (2). – С. 16–19.

11. Попов, И. П. Применение искусственной массы для балансировки механизмов / И. П. Попов // Вестник Вологодского государственного университета. – 2021. – № 1 (11). – С. 19–21.

12. Попов, И. П. Использование инертного триплетного маятника в вибрационных сортировальных машинах / И. П. Попов // Вестник Вологодского государственного университета. – 2020. – № 3 (9). – С. 11–13.

I.P. Popov
Kurgan State University

DETERMINATION OF BULK MATERIAL DYNAMIC PROPERTIES

The article discusses a method for determining the measure of bulk material inertness, which is essential in the development and design of vibration sorting machines. The solution to this problem is based on the representation of the state of bulk material in the form of a superposition of its extreme states - complete immobility and maximum mobility. The functions of the state of the material and the experimental and analytical methods for their determination are considered. On the basis of the proposed methodology, the calculation of the dynamic parameters of bulk material for a specific example was made.

Superposition, boundary states, state functions, mobility, immobility, state variable, vibration frequency.