



**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕРМИЧЕСКОЙ ВУЛКАНИЗАЦИИ
ЭЛАСТОМЕРНЫХ ОБЪЕКТОВ ТРУБЧАТОЙ ФОРМЫ**

В данной работе представлена модель контактной термической вулканизации объектов трубчатой формы. Модель основана на аналитическом решении уравнения теплопроводности применительно к бесконечному полному осесимметричному цилиндру.

Эластомер, контактная термическая вулканизация, трубчатая форма, математическая модель, инженерные расчеты, аналитическое решение, уравнение теплопроводности, полный осесимметричный цилиндр.

В современной технике широко используют изделия, изготовленные на основе различных видов эластомеров. Процесс вулканизации эластомера является достаточно сложным, требующим надежной и эффективной организации. В целях оптимизации процесса вулканизации создают соответствующую математическую модель. Такая модель должна по возможности наилучшим образом описывать процесс вулканизации и в то же время быть относительно простой и доступной для проведения соответствующих инженерных расчетов.

В рассматриваемом случае расчетная схема представляет собой бесконечный осесимметричный цилиндр, внутренний диаметр которого составляет $D_1 = 2R_1$, а внешний – $D_2 = 2R_2$ (рис. 1). На схеме эластомер выделен серым цветом.

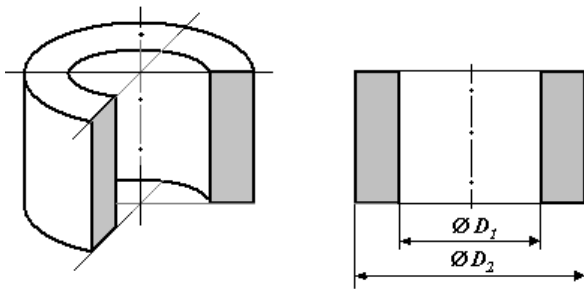


Рис. 1. Расчетная схема модели теплопроводности

Нестационарный перенос тепла в эластомере в данном случае описывается линейным уравнением теплопроводности [1] применительно к полярной системе координат

$$\frac{\partial t(r, \tau)}{\partial \tau} = a \left[\frac{\partial^2 t(r, \tau)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t(r, \tau)}{\partial r} \right] + w(r, \tau), \quad (1)$$

$$(R_1 < r < R_2; 0 < \tau < +\infty),$$

где $t(r, \tau)$ – температура эластомера в точке с полярной координатой r в момент времени τ , °C; a – коэффициент температуропроводности эластомера, м²/с;

$w(r, \tau)$ – приведенная удельная мощность внутреннего источника (стока) тепла, °C/с.

Введение в уравнение (1) слагаемого $w(r, \tau)$ объясняется тем, что в общем случае, когда нельзя пренебречь содержанием в эластомере свободной серы, следует учитывать как процесс ее плавления в начальной стадии вулканизации, сопровождающийся поглощением тепла и продвижением фронта фазового перехода вглубь эластомера, так и последующий процесс связывания свободной серы, сопровождающийся тепловыделением [2].

Так как рассматриваемая математическая модель соответствует процессу контактной термической вулканизации, то для решения уравнения (1) нужно использовать следующие краевые условия:

$$t(r, 0) = f(r); \quad (2)$$

$$t(R_1, \tau) = t_c(\tau); \quad (3)$$

$$t(R_2, \tau) = t_c(\tau). \quad (4)$$

Условие (2) является начальным и описывает распределение температуры в эластомере в момент времени $\tau = 0$. Наличие в правой части условия (2) функции $f(r)$ общего вида позволяет работать с так называемыми кусочно-постоянными значениями параметров внутреннего теплопереноса [3].

Условия (2), (3) являются граничными. Они задают значения температуры на цилиндрических поверхностях $r = R_1$ и $r = R_2$, соответственно. Присутствие одной и той же функции $t_c(\tau)$ в правых частях условий (3) и (4) объясняется необходимостью создания одинаковых условий на обеих цилиндрических поверхностях. Зависимость от времени функции $t_c(\tau)$ позволяет оптимальным образом выбирать условия вулканизации для эластомеров различных типов.

Решение уравнения (1) для краевых условий (2)–(4) получено при использовании конечных интегральных преобразований Ханкеля и может быть представлено в виде

$$t(r, \tau) = \left[\frac{\ln\left(\frac{r}{R_2}\right)}{\ln\left(\frac{R_1}{R_2}\right)} + \frac{\ln\left(\frac{r}{R_1}\right)}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} \right] t_c(\tau) + \frac{\pi^2}{2R_1^2} \sum_{m=1}^{\infty} T(\mu_m, \tau) - \frac{2R_1^2 t_c(\tau)}{\pi \mu_m^2} \left[\frac{J_0(\mu_m)}{J_0\left(\mu_m \frac{R_2}{R_1}\right)} - 1 \right] \frac{\mu_m^2 J_0^2\left(\mu_m \frac{R_2}{R_1}\right) \psi\left(\mu_m \frac{r}{R_1}\right)}{J_0^2(\mu_m) - J_0^2\left(\mu_m \frac{R_2}{R_1}\right)}, \quad (5)$$

где

$$T(\mu_m, \tau) = \int_0^{\tau} \left\{ \frac{2at_c(\omega)}{\pi} \left[\frac{J_0(\mu_m)}{J_0\left(\mu_m \frac{R_2}{R_1}\right)} - 1 \right] + \int_{R_1}^{R_2} w(r, \omega) r \psi\left(\mu_m \frac{r}{R_1}\right) dr \right\} e^{-a\left(\frac{\mu_m}{R_1}\right)^2 (\tau - \omega)} d\omega + \left[\int_{R_1}^{R_2} f(r) r \psi\left(\mu_m \frac{r}{R_1}\right) dr \right] e^{-a\left(\frac{\mu_m}{R_1}\right)^2 \tau};$$

$$\psi\left(\mu_m \frac{r}{R_1}\right) = Y_0(\mu_m) J_0\left(\mu_m \frac{r}{R_1}\right) - J_0(\mu_m) Y_0\left(\mu_m \frac{r}{R_1}\right);$$

$J_0(z), Y_0(z)$ – функции Бесселя нулевого порядка соответственно 1-го и 2-го рода; ω – переменная интегрирования; $\mu_m > 0$ ($m = 1, 2, \dots$) – корни уравнения

$$J_0(\mu) Y_0\left(\mu \frac{R_2}{R_1}\right) - Y_0(\mu) J_0\left(\mu \frac{R_2}{R_1}\right) = 0.$$

На рисунке 2 представлены результаты расчетов, выполненных на основании решения (5), для случая контактной вулканизации объекта трубчатой формы, изготовленного из эластомера марки 2566. Размеры объекта составили $R_1 = 0,02$ м, $R_2 = 0,025$ м. При этом $f(\tau) = 25$ °С, $t_c(\tau) = 100$ °С.

Линии 1, 2, 3, 4, которые представляют собой часть линий температурного поля вулканизуемого эластомера, соответствуют следующим значениям времени: $\tau_1 = 10$ с.; $\tau_2 = 10$ с.; $\tau_3 = 10$ с.; $\tau_4 = 10$ с. Симметричность этих линий относительно поверхности

$r = (R_1 + R_2)/2 = 0,0225$ м обеспечена в результате задания одной и той же функции $t_c(\tau)$ как на поверхности $r = R_1$, так и на поверхности $r = R_2$.

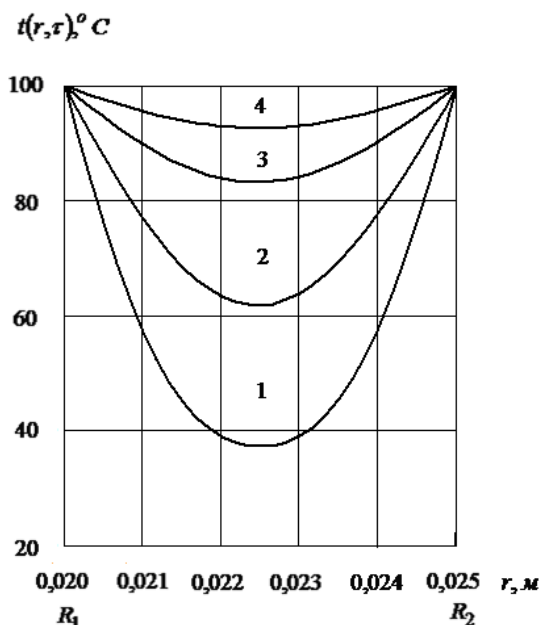


Рис. 2. Результаты расчетов для случая контактной вулканизации объекта трубчатой формы (линии 1, 2, 3, 4 соответствуют следующим значениям времени: $\tau_1 = 10$ с.; $\tau_2 = 10$ с.; $\tau_3 = 10$ с.; $\tau_4 = 10$ с.)

Апробация предлагаемой математической модели показала возможность ее применения в проведении инженерных расчетов при прогнозировании оптимальных режимов вулканизации объектов трубчатой формы.

Литература

1. Лыков, А. В. Теория теплопроводности / А. В. Лыков. – Москва : Высшая школа, 1967. – 600 с.
2. Лукомская, А. И. Тепловые основы вулканизации резиновых изделий / А. И. Лукомская, П. Ф. Баденков, Л. М. Кеперша. – Москва : Химия, 1972. – 360 с.
3. Аваев, А. А. Математическое моделирование нестационарной теплопроводности при вулканизации эластомерных покрытий на тканевых и металлических подложках : монография / А. А. Аваев. – Череповец : ГОУ ВПО ЧГУ, 2010. – 133 с.

A.A. Avaev

Cherepovets State University

MATHEMATICAL MODEL OF THERMAL VULCANIZATION OF TUBULAR SHAPE ELASTOMERIC OBJECTS

This paper presents a model of contact thermal vulcanization of tubular objects. The model is based on the analytical solution of the heat conduction equation as applied to an infinite hollow axisymmetric cylinder.

Elastomer, contact thermal vulcanization, tubular shape, mathematical model, engineering calculations, analytical solution, heat conduction equation, hollow axisymmetric cylinder.