УДК 681.322

В.Д. Чертовской
Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)

СИСТЕМНАЯ МНОГОУРОВНЕВАЯ МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ ПРОИЗВОДСТВОМ

Рассмотрено и проанализировано системное описание модели процесса планирования в многоуровневой адаптивной автоматизированной системе управления производством с использованием однотипного представления уровней.

Производство, модель управления, многоуровневая, системная, однородный метод, математическое описание, моделирование, использование.

Одним из эффективных способов решения проблемы цифровизации экономики является системная автоматизация управления предприятием как многоуровневой системой с введением оптимального планирования, позволяющего получить экономическую выгоду и конкурентные преимущества. В настоящее время получены значительные результаты отдельно для технико-экономических процедур с агрегированным рассмотрением оперативных процедур и для оперативных процедур (при детальном представлении) совместно с теорией описания.

Раздельное планирование процедур не позволяет в полной мере использовать преимущества оптимизации, и потому настоятельно требуется интеграция этих описаний процедур, что укладывается в современную концепцию киберфизических систем [1]. Оценке возможностей системного математического описания и исследования названных процедур посвящена настоящая работа.

Для решения задачи используем подход, получивший в [2] название структурно-алгоритмического моделирования. Он предполагает определение цели исследования, выявление структуры системы и ее математическое описание, использование модели.

Целью настоящего исследования является изучение киберфизической системы (КФС). Структура такой системы может быть представлена [3], в виде, показанном на рисунке 1.

Она состоит из двух основных блоков (блоки 1 и 2) и вспомогательного блока 3. Основные блоки имеют теоретико-прикладное значение, тогда как блок 3 – чисто теоретическое.

Необходима интеграция блоков 1 и 2.

К математическим методам описания КФС предъявляются следующие требования:

1. Поддержка оптимального режима.
2. Учет многоуровневой структуры системы.
3. Наглядность и простота описания процесса планирования при малом времени расчетов в системе.
4. Однородность описания всех уровней.

Оценим с этих позиций известное описание блоков.

Системное описание блока 1 выполнено с использованием однородного метода и детально рассмотрено в работе [2]. Оно сформировано на основе анализа существующих методов и удовлетворяет перечисленным требованиям. Статический режим работы элемента 1 имеет следующий вид:

$$\sum_{i=0}^{I-1} \mathrm{D}_1^m \square_k(t_i) \le \mathrm{b}^m(0), \qquad (1)$$

$$\sum_{i=0}^{I-1} \square_K(t_i) \le \mathrm{P}(T), \qquad (2)$$

$$\mathrm{D}_k{}^{\psi}\mathrm{p}_k(t_{i+1}) \le \mathrm{b}_k{}^{\psi}(t_i), \qquad (3)$$

$$\mathrm{D}_k{}^{m}\mathrm{p}_k(t_{i+1}) \le \mathrm{b}_k{}^{m}(t_i), \qquad (4)$$

$$\mathrm{b}_k{}^{\psi}(t_i) = \mathrm{b}_k{}^{\Psi}(t_{i-1}) + \Delta\mathrm{b}_k{}^{\Psi}(t_{i-1}), \qquad (5)$$

$$G_k = \mathrm{F}_k\mathrm{P}_k(T) \rightarrow \max, \qquad (6)$$

$$i = 0, N\ 1,\ t_i = iv,\ t_0 = 0,\ T = Nv,$$

где p – вектор-столбец ежедневного плана, R – вектор-столбец спроса; D – матрица норм расходов ресурсов; b – вектор-столбец наличного количества ресурсов; $\mathrm{b}^m(0)$ – вектор количества материальных ресурсов, которыми располагает элемент 3 блока 1; Δb – поступление ресурсов; P – вектор-столбец плана элемента 3 блока 1; F – вектор-строка прибыли от выпуска единицы продукции; t_i, T – минимальный интервал времени и время моделирования; m = 1, M – виды материальных ресурсов; ψ = 1, Ψ – виды прочих ресурсов; i = 1, I – моменты времени; k = 1, K – номер элемента 1 блока 1.

Для блока 2 применен аппарат теории расписаний [5, 6]. Чтобы оценить описание с позиций сформулированных требований, его необходимо рассмотреть более подробно.

Здесь следует разделить синтез (проектирование) и функционирование системы. При функционировании необходимо согласование трех составляющих [5]: упорядочение, распределение и согласование (рис. 2).

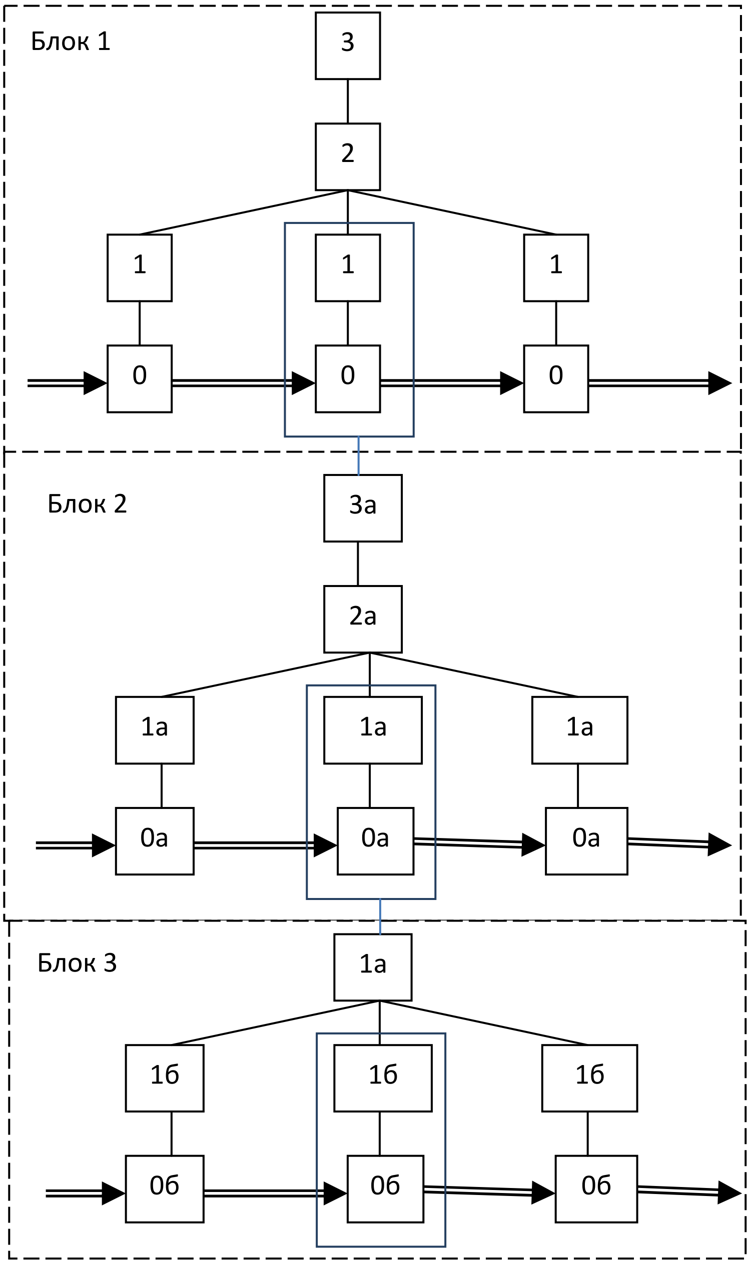

Рис. 1. Общая структура системы:
0 – цехи; 1 – начальники цехов; 2 – диспетчер; 3 – руководство;
0а – участки;1а – начальник участка;
2а – цепочки участков; 3а – начальник цеха;
0б – часть участка; 1б – начальник части участка

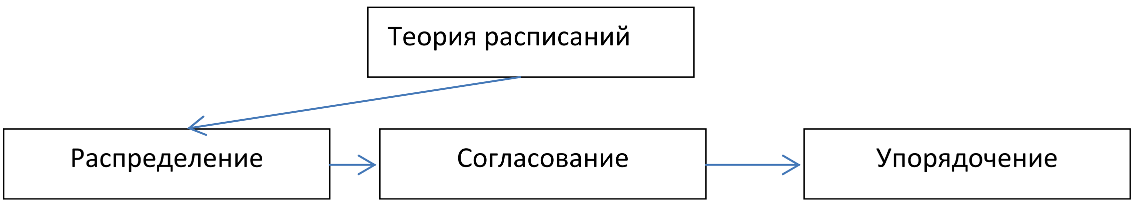

Рис. 2. Состав теории расписаний

Составляющая распределения определяет расположение обрабатываемой продукции по элементам оборудования. Названная составляющая характерна только для обработки на уровне участков или их частей.

Далее идет согласование: оно предполагает совместную работу отдельных участков или их частей и применяется как при обработке, так и при сборке. Понятие согласование имеет две разновидности [2]:

1) наличие связей между участками;

2) согласование экономических интересов участков, с использованием целевых функций.

В настоящей работе воспользуемся первой разновидностью.

Составляющие должны быть системно увязаны. Первоначально рассмотрим возможности отдельных составляющих с позиций их интеграции.

Наиболее сложной оказалась составляющая «упорядочение». Упорядочение – выстраивание продукции в очередь для обработки.

Составляющая «распределение» подробно представлена в работах [4, 9–11], в которых, видимо, впервые предпринята попытка системного соединения составляющих. Достаточно общее описание распределения для процедуры обработки имеет следующий вид [4].

Максимизируемый функционал для такой модели (элемент 1б рис. 1) определяет наибольшую прибыль от обработки выбранных деталей:

$$J = \alpha_1 \sum_{i=1}^{L} c_i\, x_i - \alpha_2 \sum_{i=1}^{L} \sum_{j-1}^{m} d_{ij}\, {}^\wedge t_{ij}\,, \qquad (7)$$

где x_i ($i = 1,...,L$) – переменные, α_1 и α_2 – весовые коэффициенты, d_{ij} – стоимость подготовки и установки одного комплекта технологической оснастки и инструмента для обработки деталей i-го типа на $\boldsymbol{j}$-м оборудовании.

Балансовые ограничения по времени имеют вид:

$$\sum_{i=1}^{L} x_i\big(t_{ij} + z_{ij} r_{ij}\big) + {}^\wedge t_j \leq y_j T, \qquad j = 1, 2, \quad (8)$$

где t_{ij} – время обработки i-й детали на j-м станке, ${}^\wedge t_j$ – вспомогательные параметры простоев, r_{ij} – время переналадки j-го оборудования на обработку деталей i-го типа, z_{ij} – количество оборудования j-го типа, которое будет использовано для обработки деталей i-го типа, y_j – количество единиц j-го оборудования, которое входит в состав производственного участка, T – интервал времени. Величины z_{ij} и y_j задаются.

Если имеется l типов ($l = 1, M_j$) оборудования j, то размерность задачи увеличивается и переменным добавляется надстрочный индекс l.

Это же описание используется для групповой обработки деталей.

В работе [9] в выражения (7), (8) включается стоимость оборудования, производства оснастки, складов, накопителей, паллет.

В работе [11] на основе выражений (7), (8) проводится выбор оборудования при проектировании и модернизации системы.

В работе [10] согласование выполнено фактически на словесном уровне. В составляющей «согласование» в процессе обработки можно использовать [2] задачу линейного программирования. Для процесса сборки пригоден более сложный и точный вариант с использованием аппарата сетей Петри.

Истоки составляющей «упорядочение» восходят к задаче Джонсона для n станков (блок 0б рис. 1). Было найдено алгоритмическое решение для n=2, n=3 и для некоторых частных случаев при n=4. В то же время для прикладных целей более интересен вариант n>4. Ему посвящены исследования в работах [5–7]. В работе [10] рассматриваются модель детали-участка (элемент 1а рис. 1) и словесная модель упорядочения (задача Джонсона) для обработки и сборки.

В публикации-обзоре [7] выделены следующие методы решения: комбинаторный анализ, математическое программирование, статистическое моделирование и направленный перебор по методу ветвей и границ. Отмечены как наиболее распространенные комбинаторный анализ и перебор по методу ветвей и границ [8].

Вместе с тем считается, что наиболее перспективным для описания составляющей «упорядочение» является сочетание комбинаторного метода и метода оптимизации [12]. Назовем этот метод комбинаторно-оптимизационным.

В нем на основе матрицы с элементами a_{ij} (i=1, m), (j=1, n) норм обработки деталей i на станках j выделяются следующие этапы:

1. Определяются необходимые условия для перестановок пар соседних граф. В графах выделяются гамильтоновы пути столбцов i и j в последовательности обработки. Строится соответствующий граф названных пар столбцов.

2. Определяются достаточные условия для перестановок с построением графа.

3. В графе выделяются гамильтоновы пути.

4. Для них подсчитывается общая длительность обработки и выбирается путь с наименьшим значением.

Проведенный анализ позволяет сделать такое заключение: составляющая «распределение» рассмотрена для случая обработки. Составляющая «согласование» фактически не обсуждается: для сборки приведена лишь словесная модель. Для составляющей «упорядочение» наиболее подходит комбинаторно-оптимизационный метод.

Приведем системное описание блоков (рис. 1). Элементы 1 и 3 блока 1 можно представить выражениями вида (1)–(6). В работах [2, 3] отмечалось, что выражения справедливы для процедур обработки. Однако если матрицу D норм расходов ресурсов заменить на матрицу применяемости («узел – изделие» или «ресурсы – узел»), то получится описание процедуры сборки.

Элемент 2 блока 1 имеет вид

$$\mathrm{D}_k^{\,m} \mathrm{p}_k(t_{i+1}) \leq \mathrm{p}_{k\text{-}1}(t_i),\ k{=}2, K, \qquad (9)$$

$$G = \sum_{k=1}^{K} G_k \rightarrow \max. \qquad (10)$$

Достоинством описания вида (1)–(6) является возможность учета динамики процесса планирования, например при оперативном переходе на выпуск новой продукции:

$$z_k(t_i) = A_k z_k(t_{i-1}) + B_k p_{1k}(t_{i-1}),\ z_k(0) = z_{k0}, \qquad (11)$$

$$p_k(t_i) = F_k z_k(t_{i-1}), \qquad (12)$$

$$\sum_{i=0}^{N-1} D_1^m \, p_{1k}(t_i) \le b^m(0), \qquad (13)$$

$$\sum_{i=0}^{N-1} p_K(t_i) \le P(T), \qquad (14)$$

$$D_k^{\psi} p_k(t_{i+1}) \le b_k^{\psi}(t_i), \qquad (15)$$

$$D_k^{m} p_k(t_{i+1}) \le b_k^{m}(t_i), \qquad (16)$$

$$b_k^{\psi}(t_i) = b_k^{\psi}(t_{i-1}) + \Delta b_k^{\psi}(t_{i-1}), \qquad (17)$$

$$G_k = F_k P_k(T) \rightarrow \max, \qquad (18)$$

$$i = 0, N\ 1,\ t_i = iv,\ t_0 = 0,\ T = Nv,$$

где z – вектор-столбец (планового) незавершенного производства; p_1 – вектор-столбец размерности J запуска комплектов ресурсов в производство, P – вектор-столбец плана элемента 1 блока 1; A, B, C – единичные матрицы соответствующих размерностей.

Для интеграции блока 1 с блоком 2 в последнем следует рассмотреть три составляющие (рис. 2).

За основу описания составляющей «распределение» блока 2 удобно принять выражения (7), (8). Перепишем их в векторно-матричной форме для элементов 1а:

$$G_r = f_r p_r \rightarrow \max, \qquad (19)$$

$$D_r p_r + S_r \le y_r T - T_{1r}, \qquad (20)$$

где $D_r=\{t_{qj}\}$ – матрица времени обработки j-й детали на q-м оборудовании, $T_1=\{t_q\}$ – вектор времени простоев, $S_r=\{z_{qj}r_{qj}\}$ – матрица времени переналадки, r_{qj} – норма времени переналадки q-го оборудования на обработку деталей j-го типа, z_{qj} – количество оборудования q-го типа, которое будет использовано для обработки деталей j-го типа, $Y=\{y_q\}$ – вектор количества единиц q-го оборудования, которое входит в состав производственного участка, $p_r = (p_j)$ – количество обработанных деталей; T – интервал времени; $_r$ – номер структурного элемента участка.

Введем ограничения по материальным ресурсам:

$$D_r^m p_r \le b_r^m, \qquad (21)$$

где f – вектор-строка прибыли; p – вектор-столбец выхода; r (r = 1, R) – номер участка; D^m – матрица норм расходов материальных ресурсов; b^m – количество материальных ресурсов; m = 1, M – виды материальных ресурсов. Если D^m – единичная матрица, то отражается процедура обработки. В противном случае описывается процедура сборки.

Выражение (21) позволяет связать составляющую «распределение» с составляющей «согласование»:

$$D_r^m p_r \le p_{r-1}, \qquad (22)$$

$$G = \sum_{r=1}^{R} G_r \rightarrow \max. \qquad (23)$$

Выражения (22), (23) могут быть использованы для отображения случая групповой обработки без изменения состава групп.

Случай переформатирования групп можно отразить таким образом. Между элементами k и (k + 1) вставляется матрица $V_k=V_{k1}(gr_k \times b_k)\ V_{k2}(b_k \times gr_{k+1})$, где gr_k – группы соответствующих элементов, b_k – исходные ресурсы элемента k.

Для процедуры сборки надо учитывать матрицу применяемости D_r^m (например, «детали – узел»), которая определяет комплект, позволяющий начать сборку. Если в комплект входит s деталей d, то норму времени в матрице следует увеличить в s раз.

Приведенное описание скорее можно назвать квазиоптимальным. Полной оптимальности можно добиться, используя комбинаторно-оптимизационный метод [12]. Он справедлив для процедуры обработки.

Выражения (19)–(23) представляют идею интегральной модели. Возможны ее многочисленные варианты, как показано в работе [4],

Для блока 2 возможно использовать и описание динамики аналогично выражениям (11)–(18).

Для блока 3 (рис. 1) применимы выражения, справедливые для блока 2.

Для прикладного использования полученной модели ее необходимо настроить и апробировать. Для этого нужны числовые данные. Их можно получать из самой системы или путем моделирования.

Рассмотрим процедуру построения модели. Пусть для элементов 1 блока 1 (рис. 1) имеется описание

$$D_k P_k \le b_k,$$

$$G_k = F_k P_k \rightarrow \max.$$

Назовем эти выражения прямой задачей и перепишем ее в другом виде:

Дано D_k, b_k, F_k, найти P_k.

Введем обратную задачу:

Дано D_k, , F_k, P_k, найти b_k.

Теперь можно перейти к получению числовых данных (идентификации). Первоначально решается обратная задача для последнего элемента 2 задачи K блока 1. Используя соотношение

$$P_{k-1} = b_k,$$

и решая последовательно (K1) обратных задач, получим данные для элемента 2 блока 1.

Аналогично получаются данные для блока 1.

На основе данных для элемента 2 блока 1 вычисляются данные для элемента 3 блока 1:

$$D = \prod_{k=1}^{K} D_k,$$

$$F = \sum_{k=1}^{K-1} F_k \prod_{r=k+1}^{K} D_r,$$

где $r = \begin{cases} k+1, k < K, \\ 0, k = K, \end{cases}$

D_0 = E, E – единичная матрица.

Получаются данные, согласованные по экономическим интересам. При необходимости возможно в режиме диалога смоделировать несогласованные данные.

В элементах 2а и 1а блока 2 фактически проводится уточнение расчетов элементов 2 и 1 блока 1. Для этого используются выражения (19) и (20).

Расчет по этим выражениям в силу значительного количества переменных носит в сильной мере неформальный (неоднозначный) характер. Рассмотрим одну из возможных технологий.

1. Первоначально при заданных величинах D, S, y и T определяются величины ⍰$_R$. При этом значения y могут иметь несколько значений в пределах от 0,65 до 1.

2. При заданных значениях D, S, y, p_r, и T определить предельное значение T_1. Для этого следует при ограничениях (19) использовать целевую функцию

$$\sum_{q=1}^{Q} t_q \to \max.$$

Эту же задачу можно использовать для определения величины T.

Далее выполняются вычисления для для остальных элементов 2а и 1а блока 2.

Для блока 3 при необходимости проводятся вычисления, аналогичные расчетам в блоке 2.

Заметим, что при этом получаются данные для составляющей «упорядочение». Для нее удобно использовать комбинаторно-оптимизационный метод. Напомним, что метод базируется на матрице норм обработки деталей A =A(a_{ij}) размерности $m \times n$ («станок – деталь»).

Метод отличается высокой трудоемкостью. С увеличением величины *m* резко растет количество достаточных условий.

Так для *m*=2 достаточные условия имеют вид

$$a_{1i} \wedge a_{2j} \le a_{1j} \wedge a_{2i},$$

тогда как уже для *m*=4 условия таковы

$$a_{1i} \wedge a_{2j} \le a_{1j} \wedge a_{2i},$$

$$a_{2i} \wedge a_{3j} \le a_{2j} \wedge a_{3i},$$

$$(a_{1i}+a_{2i})\ (a_{1i}+a_{3j}) \wedge (a_{2j}+a_{3i}) \le (a_{1j}+a_{2j}) \wedge (a_{1j}+a_{3i}) \wedge (a_{2i}+a_{3j}).$$

Сказанное справедливо и для необходимых условий.

Не менее трудоемка операция построения графов и выделения гамильтоновых путей. К тому же, как отмечено в [12], только в 80 % случаев расчета результат оказался строго оптимальным. В 20 % случаев отличие от оптимального составил менее 3 %. Это ограничивает размерность задач ориентировочными значениями *m*= 50, *n*=100.

Более целесообразно делить высокоразмерные задачи на последовательные блоки меньшей размерности.

В силу сказанного упорядочение применяют редко, ибо к тому же получающаяся неоптимальность по времени может быть легко скомпенсирована увеличением коэффициента загрузки оборудования в выражении (19).

В процедуре использования первоначально решается прямая задача для элемента 3 блока 1. Затем выполняются расчеты для элемента 2 блока 1 на более коротких интервалах времени. Здесь возможны два варианта: использовать обратную задачу или решать высокоразмерную прямую задачу линейного программирования. В первом варианте при необходимости решается задача согласования экономических интересов.

Во втором варианте возможно последовательное решение задач для элементов 1 блока 1.

После этого для блоков 2 и 3 проводятся такие же расчеты, как и в процедуре построения модели.

Таким образом, сформирована блочная многоуровневая модель системы управления производством. Выполнена интеграция процессов технико-экономического и оперативного управления. Проведен анализ составляющих процесса оперативного управления. Показана связь составляющих распределения, согласования и упорядочения. Приведено совместное математическое описание процедур обработки и сборки. Рассмотрены технологии синтеза (построения) и анализа (использования) модели многоуровневой интегрированной системы управления производством. Созданы предпосылки для описания различных особенностей систем.

Литература

1. Industry 4.0: A Solutiontowards Technology Challengesof Sustainable Business Perfomance / M. Haseeb, H. Hussain, B. Slusarczyk, K. Jermsittiparsert // Social Sciences. – 2019. – Vol. 8 (5). – P. 154.

2. Чертовской, В. Д. Интеллектуализация автоматизированного управления производством / В. Д. Чертовской. – Санкт-Петербург : Издательство Санкт-Петербургского университета, 2007. – 164 с.

3. Чертовской, В. Д. Моделирование процессов адаптивного автоматизированного управления производством / В. Д. Чертовский. – Санкт-Петербург : Лань, 2019. – 216 с.

4. Хоботов, Е. Н. Использование оптимизационно-имитационного подхода для решения задач планирования и выбора маршрутов обработки / Е. Н. Хоботов // Автоматика и телемеханика. – 1996. – Вып. 1. – С. 121–128 ; Вып. 2. – С. 147–155.

5. Танаев, В. С. Введение в теорию расписаний / В. С. Танаев, В. В. Шкурба. – Москва : Наука, 1975. – 256 с.

6. Танаев, В. С. Теория расписаний: многостадийные системы / В. С. Танаев, Ю. Н. Сотсков, В. А. Струсевич. – Москва : Наука, 1989. – 328 с.

7. Левин, В. И. Оптимальное планирование работ в конвейерных системах / В. И. Левин, И. Ю. Мирецкий // Автоматика и телемеханика. – 1996. – Вып. 6. – С. 3–30 ; Вып. 2. – С. 129–136.

8. Большаков, В. А. Задачи планирования дискретного (штучного) производства и численные методы их решения / В. А. Большаков, А. П, Уздемир, В. В. Шмелёв // Автоматика и телемеханика. – 1975. – № 9. – С. 115–122; 1975. – № 10. – С. 98–112; 1976. – Вып. 1. – С. 146–156.

9. Хоботов, Е. Н. Использование оптимизационно-имитационного подхода для моделирования и проектирования производственных систем / Е. Н. Хобо-

тов // Автоматика и телемеханика. – 1999, Вып. 8. – С. 163–176 ; Вып. 9. – С. 154–161.

10. Хоботов, Е. Н. О некоторых моделях и методах решения задач планирования в дискретных производствах / Е. Н. Хоботов // Автоматика и телемеханика. – 2007. – Вып. 12. – С. 85–100.

11. Павлов, К. С. Модели выбора и замены оборудования в производственных системах машиностроительных предприятий / К. С. Павлов, Е. Н. Хоботов // Автоматика и телемеханика. – 2015. – № 12. – С. 105–143.

12. Левин, В. И. Задача m станков при ограничениях на порядок следования деталей / В. И. Левин // Автоматика и телемеханика. – 1987. – Вып. 3. – С. 107–116.

V.D. Chertovskoy

SYSTEM MULTILEVEL MANUFACTURING CONTROL MODEL

The system description of the planning process model in the multilevel adaptive automated production control system using the same level representation is considered and analyzed.

Manufacturing, control model, multilevel system, homogeneous method, mathematical description, simulation, use.