УДК 534.014

И.П. Попов
Курганский государственный университет

ИНЕРТНАЯ КОЛЕБАТЕЛЬНАЯ СИСТЕМА ИЗ ДВУХ ГРУЗОВ ДЛЯ ВИБРАЦИОННЫХ МЕХАНИЗМОВ

Приводится описание колебательного механизма с однородными элементами, а именно с двумя массивными грузами (биинертный осциллятор). Приводится описание методики расчета бинарного осциллятора. Представлена возможная кинематическая схема колебательного механизма с возможностью возникновения гармонических колебаний.

Колебательный механизм, осциллятор, инертный, гармонический, реактивность, пространственный сдвиг, фазовый сдвиг, кинетическая энергия.

Существуют электромеханические колебательные системы [1], в которых свободные гармонические колебания осуществляются за счет взаимного преобразования потенциальной энергии пружины в энергию электрического поля конденсатора [2] или кинетической энергии груза в энергию магнитного поля катушки индуктивности [3]. Таким образом, свободные гармонические колебания сопровождаются самыми разнообразными вариантами преобразования энергии [4, 5].

В ряде случаев использование упругих механических или электромеханических элементов ограничено из-за условий среды или большой массы колебательной системы.

В этой связи представляет интерес возможность возникновения свободных гармонических колебаний, осуществляемых за счёт преобразования кинетической энергии одного груза в кинетическую энергию другого (*цель исследования*). Реализующая такие колебания система должна состоять только из инертных элементов. Механизм обмена энергией между однородными элементами в такой системе позволит, в частности, расширить возможности нейтрализации реакции инертных объектов на внешние периодические воздействия [6].

В такой системе свободные гармонические колебания создаются за счет обмена энергией между элементами колебательной системы [7]. В механическом линейном гармоническом осцилляторе происходит обмен энергией между разнородными элементами – грузом (инертным элементом) и пружиной (упругим элементом) [8]. При этом кинетическая энергия груза преобразуется в потенциальную энергию пружины и наоборот [9]. Для предварительного расчета такой колебательной системы приведена методика, основанная на системе уравнений колебательных процессов.

Синтез биинертной системы. Синтез системы осуществляется на основе двух исходных условий.

Первое исходное условие. Система содержит два инертных элемента – два груза массой m каждый. Элементы совершают гармонические колебания:

$$x_1 = A\sin(\zeta + \zeta_1),$$

$$x_2 = A\sin(\zeta + \zeta_2),$$

где x_1, x_2 – текущие координаты грузов, A – амплитуда колебаний, ζ – фаза, ζ_1, ζ_2 – начальные фазы.

Второе исходное условие. Энергия системы при колебаниях не меняется:

$$W_1 + W_2 = \mathrm{const}.$$

Одновременный учет обоих исходных условий дает представление о характере связи между инертными элементами. Действительно,

$$\frac{m}{2}\left(\frac{dx_1}{dt}\right)^2 + \frac{m}{2}\left(\frac{dx_2}{dt}\right)^2 = \mathrm{const},$$

$$\cos^2(\zeta + \zeta_1) + \cos^2(\zeta + \zeta_2) = \mathrm{const}_2.$$

Последнее справедливо при условии:

$$\zeta_1 - \zeta_2 = \pm\pi/2.$$

Полученное соотношение позволяет определить связующее звено между инертными элементами. Таким звеном является устройство, изображенное на рисунке.

Анализ биинертной системы. Внешние усилия к грузам не приложены. Масса промежуточного стержня и трение не учитываются. Координаты грузов соответствуют уравнениям:

$$x_1 = l\cos\varphi, \tag{1}$$

$$x_2 = l\cos(\pi/2 - \varphi). \tag{2}$$

В качестве обобщенной координаты удобно использовать φ. Система имеет одну степень свободы и уравнение Лагранжа второго рода для нее записывается в виде:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \varphi}\right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi} = Q.$$

Обобщенная сила $Q = 0$, поскольку активные силы отсутствуют. Кинетическая энергия определяется выражением:

$$T = \frac{m}{2}\left(\frac{dx_1}{dt}\right)^2 + \frac{m}{2}\left(\frac{dx_2}{dt}\right)^2 = \frac{ml^2}{2}\sin^2\varphi\varphi^2 + \frac{\mathrm{ml}^2}{2}\cos^2\varphi\varphi^2 = \frac{ml^2}{2}\varphi^2.$$

$$\frac{\partial T}{\partial \varphi} = 0,\ \frac{\partial T}{\partial \varphi} = ml^2\varphi, \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \varphi}\right) = ml^2\varphi = 0.$$

Решение последнего уравнения имеет вид:

$$d\varphi/dt = C_1,\ \varphi = C_1 t + C_2.$$

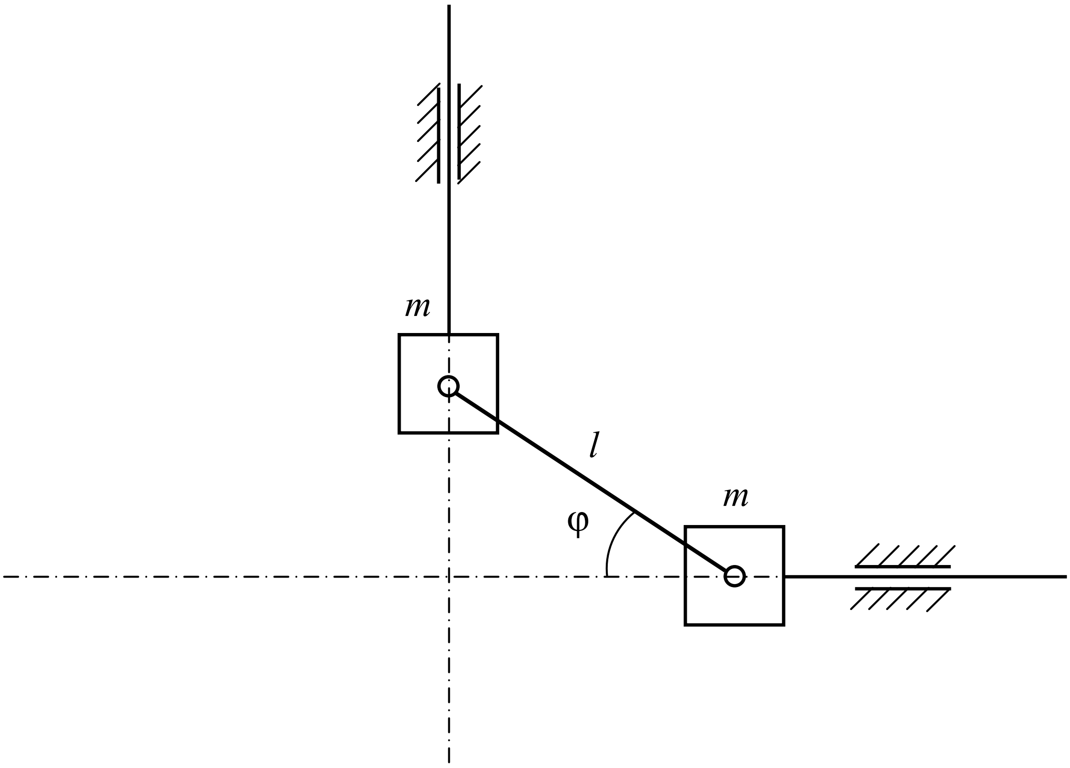

Рис. Биинертный осциллятор

Пусть имеют место следующие начальные условия:

$$\varphi(0) = \varphi_0,\ \frac{d\varphi}{dt}(0) = \omega_0.$$

Коэффициенты интегрирования приобретают значения:

$$C_2 = \varphi_0,\ C_1 = \omega_0.$$

При этом (1) и (2) принимают вид:

$$x_1 = l\cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

$$x_2 = l\cos(\pi/2 - \omega_0 t - \varphi_0).$$

Пусть начальная координата первого груза равна

$$x_1(0) = x_{10}.$$

Из этого следуют формулы:

$$\cos\varphi_0 = x_{10}/l,\ \varphi_0 = \arccos(x_{10}/l) = \arcsin(x_{20}/l).$$

Пусть начальная скорость второго груза равна

$$\frac{dx_2}{dt}(0) = v_{20}.$$

Из этого следуют выражения:

$$l\omega_0\cos(\omega_0 0 + \varphi_0) = v_{20},$$

$$\omega_0 = v_{20}/x_{10} = -v_{10}/x_{20}.$$

В соответствии с этим формулы для перемещений грузов и их скоростей принимают вид:

$$x_1 = l\cos[(v_{20}/x_{10})t + \arccos(x_{10}/l)],$$

$$x_2 = l\cos[\pi/2 - (-v_{10}/x_{20})t - \arcsin(x_{20}/l)],$$

$$v_1 = l(v_{10}/x_{20})\sin[(-v_{10}/x_{20})t + \arcsin(x_{10}/l)],$$

$$v_2 = l(v_{20}/x_{10})\cos[(v_{20}/x_{10})t + \arccos(x_{20}/l)].$$

Таким образом, грузы массой m совершают свободные гармонические колебания (внешние усилия к грузам не приложены).

В рассмотренной колебательной системе происходит взаимный обмен кинетической энергией между инертными элементами [10]. При $\varphi = 0$ кинетическая энергия первого груза равна нулю, а второго – максимальна. После этого первый груз начинает ускоряться за счет энергии второго груза, который приобретает отрицательное ускорение.

Приведенная методика позволяет определить основные механические и энергетические характеристики бинарного осциллятора.

К недостаткам подобной системы следует отнести большие механические потери внутри системы. Однако при использовании больших масс грузов их величина буте не так значительна.

Литература

1. Попов, И. П. Упруго-индуктивный осциллятор // Российский научный журнал. – 2013. – № 1 (32). – С. 269–270.

2. Условия возникновения упруго-емкостных колебаний в электромеханических системах / И. П. Попов, В. И. Чарыков, С. А. Соколов, Д. П. Попов // Вестник Курганской ГСХА. – 2014. – № 3 (11). – С. 80–82.

3. Попов, И. П. Инертно-индуктивный осциллятор / И. П. Попов, Ф. Н. Сарапулов, С. Ф. Сарапулов // Вестник Курганского государственного университета. Технические науки. – 2013. – № 2 (29). – Вып. 8. – С. 80–81.

4. Анализ нелинейной динамики процесса многорезцового точения «по следу» / Гуськов А. М., Гуськов М. А., Динь Дык Тунг, Пановко Г. Я. // Машиностроение и инженерное образование. – 2018. – № 2 (55). – С. 9–16.

5. Царенко, С. Н. Крутильные колебания стержневых конструкций с осевой неоднородностью геометрических характеристик / С. Н. Царенко. – DOI: 10.14529/mmph190107 // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Математика. Механика. Физика. – 2019. – Т. 11, № 1. – С. 50–58.

6. Попов, И. П. Самобалансировка вибрационных механизмов / И. П. Попов // Вестник Вологодского государственного университета. – 2018. – № 2 (2). – С. 16–19.

7. Попов, И. П. Исследование резонансов в технических системах / И. П. Попов // Вестник Вологодского государственного университета. – 2019. – № 2 (4). – С. 15–18.

8. Попов, И. П. Диссипативная, реактивная и полная мощности виброприводов машин / И. П. Попов // Вестник Вологодского государственного университета. – 2019. – № 3(5). – С. 72–74.

9. Буланчук, П. О. Вибрационная энергия и управление маятниковыми системами / П. О. Буланчук, А. Г. Петров // ПММ. – 2012. – Т. 76, вып. 4. – С. 550–562.

10. Попов, И. П. Механическая мощность при колебательных технологических операциях / И. П. Попов // Вестник Псковского государственного университета. Технические науки. – 2015. – Вып. 2. – С. 15–18.

I.P. Popov

TWO CARGO INERT OSCILLATORY SYSTEM FOR VIBRATION MECHANISMS

The description of an oscillatory mechanism with homogeneous elements, namely, with two massive loads (biinert oscillator) is given. The description of a method for calculating a binary oscillator is given. A possible kinematic diagram of the oscillatory mechanism with the possibility of harmonic oscillations is presented.

Oscillator, inert, harmonic, reactivity, spatial shift, phase shift, kinetic energy.