



*Л.И. Огородов<sup>1</sup>, В.А. Шапкина<sup>2</sup>*  
<sup>1</sup>Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого  
<sup>2</sup>Вологодский государственный университет

## ПОВРЕЖДЕННОСТЬ СТАЛИ 45 ПРИ НЕСТАЦИОНАРНЫХ РЕЖИМАХ МЯГКОГО МАЛОЦИКЛОВОГО НАГРУЖЕНИЯ

Приводятся результаты расчета меры повреждений стали 45 на момент разрушения при нестационарных режимах мягкого малоциклового нагружения по кинетическим уравнениям силовой модели повреждений наследственного типа.

Поврежденность, сталь, нестационарные режимы, мягкое малоцикловое нагружение, разрушение.

### Введение

Исследования в области малоциклового усталости вызваны необходимостью получения экспериментальных данных для прочностных расчетов высоконапряженных элементов конструкций, материал которых работает за пределом текучести.

Для описания процесса разрушения при малоциклового нагружении применяются как деформационные (С. Нэнсон, Л. Коффин, В.В. Новожилов, В.Е. Серенсен, В.Т. Трошенко, Г.Г. Медекша, Н.А. Махутов и др.), так и энергетические (И. Морроу, В.В. Москвитин, Л.Н. Романов, П.А. Павлов и др.) критерии разрушения. Накоплен обширный экспериментальный материал по малоциклового усталости при жестком нагружении. Однако влияние асимметрии цикла нагружения на малоциклового долговечность изучено значительно меньше, особенно при мягком режиме нагружения. Перспективными являются энергетические подходы, так как необратимая работа циклического деформирования является инвариантной величиной, которая определяется по уравнению механических состояний материала при любом напряженном состоянии. Экспериментальной базой для определения параметров кинетического уравнения повреждений служат кривые усталости, построенные при различных коэффициентах асимметрии циклов нагружения. Уравнения кривых усталости используются в силовой модели повреждений.

В настоящей работе представлены результаты расчета меры повреждений стали 45 при нестационарных режимах мягкого малоциклового нагружения по кинетическим уравнениям силовой модели повреждений наследственного типа. Результаты расчета сопоставлены с данными работ других авторов.

Актуальность использования предложенных уравнений повреждений заключается в учете истории нагружения материала и элемента конструкции в условиях сложных режимов нагружения и эксплуатации.

### Применяемые кинетические уравнения повреждений

Феноменологическое описание стадии диссеминированных повреждений основывается на представлении поврежденности как особом механическом со-

стоянии элемента сплошной среды. Аналитические зависимости для описания повреждений могут либо вытекать из физических соображений, либо должны строиться на некоторых механических моделях процессов длительного разрушения. Модель длительного разрушения предполагает одновременное протекание двух и более процессов разрушения, которые накладываются или взаимодействуют друг с другом. В этих случаях приходится прибегать к комбинированным уравнениям повреждений.

Обратимся к мало- и многоциклового усталости материала, когда в качестве независимой кинетического уравнения используется число циклов нагружения. Кинетическое уравнение повреждений силового типа можно представить в виде

$$\Pi = \int_0^N f(\sigma_{\max}, R) dN, \quad (1)$$

где  $R$  – коэффициент асимметрии цикла.

В случае ступенчатого режима циклического нагружения используется известная формула Майнера линейного суммирования повреждений

$$\Pi = \sum_{k=1}^m \frac{N_k}{N_{pk}(\sigma_{k\max}, R_k)}, \quad (2)$$

где  $m$  – число ступеней нагружения.

При оценке общей поврежденности переходные циклы сбрасываются со счета. Для определения разрушающих чисел циклов  $N_{pk}$  требуется располагать набором кривых усталости при различных значениях  $R$ .

Другое силовое уравнение повреждений имеет вид

$$\Pi = \frac{\sigma_{\max}}{\bar{\sigma}_p} + \sum_{k=1}^m f(\sigma_{k\max}, R_k) N_k, \quad (3)$$

где  $\bar{\sigma}_p$  – истинное сопротивление разрыву.

Формула суммирования повреждений при ступенчатом режиме повреждения имеет вид

$$\Pi = \frac{\sigma_{\max}}{\bar{\sigma}_p} + \sum_{k=1}^m \left( 1 - \frac{\sigma_{k\max}}{\bar{\sigma}_p} \right) \frac{N_k}{N_{pk}}. \quad (4)$$

Уравнение повреждений малоциклового усталости строится также с использованием энергетической модели разрушений [1]

$$\Pi = \frac{\sigma_{\max}}{\bar{\sigma}_p} + \sum_{\kappa=1}^N f \left( \frac{\Omega_{\kappa}}{\omega_p} \right) + \sum_{\kappa=1}^N \varphi \frac{\omega_{\kappa}}{\omega_p}, \quad (5)$$

где  $\Omega_{\kappa}$  – работа одностороннего пластического деформирования в цикле нагружения,  $\omega_{\kappa}$  – работа циклического деформирования,  $\omega_p$  – предельная работа статического деформирования в эквивалентных температурных условиях нагружения.

В работах [2, 3] процесс накопления повреждений сталей и сплавов описан при помощи кинетических уравнений наследственного типа, которые для данного случая можно представить в виде

$$\Pi = \int_0^N \sigma_{\varepsilon \max}(n, R) M(N-n) dn, \quad (6)$$

где  $N$  – количество циклов нагружения, отсчитываемое от начала нагружения,  $n$  – число циклов на данный момент времени, отсчитываемое от заданного момента режима к началу нагружения. Ядро  $M(N-n)$  определяется по усталостной кривой, отвечающей 50% вероятности разрушения и соответствующему коэффициенту асимметрии цикла  $R$ , а  $\sigma_{\varepsilon \max}$  – эквивалентное напряжение, в частности по критерию Писаренко-Лебедева или применительно к данной работе  $\sigma_{\varepsilon \max} = \sigma_{i \max}$  ( $\sigma_{i \max}$  – интенсивность напряжений).

Если кривая усталости материала при каком-либо одном значении  $R$  описывается в полулогарифмических координатах линейной зависимостью

$$\sigma_{i \max} = C_R - D_R \lg N, \quad (7)$$

то ядро уравнения (6) выражается в виде

$$M(N-n) = \frac{D_R \lg e}{(N-n)[C_R - D_R \lg(N-n)]^2} \quad \text{или}$$

$$M(v) = \frac{0,434 D_R}{v[C_R - D_R \lg v]^2}, \quad (8)$$

где  $v = (N - n)$ .

Для случая режима ступенчатого нагружения, при котором интенсивность напряжений  $\sigma_{i \max}$  и коэффициент асимметрии цикла сохраняют на протяжении определенного количества циклов постоянные значения, имеем

$$\Pi = \sigma_{i \max} \left[ \frac{1}{\sigma_{ip}(v_1)} \right] +$$

$$+ \sum_{\kappa=2}^m \sigma_{i \max \kappa} \left[ \frac{1}{\sigma_{i \max p}(v_{\kappa})} - \frac{1}{\sigma_{i \max}(v_{\kappa-1})} \right], \quad (9)$$

где  $V_{\kappa}$  – количество циклов, отвечающее началу  $\kappa$ -той ступени, причем номер ступени нагружения отсчитывается от заданного момента к началу нагружения.

Уравнения (6) и (9) можно применять лишь при наличии кривых усталости для всех встречающихся при данном режиме нестационарного нагружения и коэффициента асимметрии цикла.

По аналогии с (3) и (4) представляется возможным использовать комбинированное уравнение повреждений

$$\Pi = \frac{\sigma_{\max}}{\bar{\sigma}_p} + \int_0^N \left( 1 - \frac{\sigma_{\max}}{\bar{\sigma}_p} \right) \sigma_{\varepsilon \max}(n, R) M(N-n) dn, \quad (10)$$

где  $\bar{\sigma}_p$  – истинное напряжение разрыва образца, определяемое из опыта ( $\bar{\sigma}_p = 1058$  МПа [1]).

### Используемые экспериментальные результаты

В задачи работ [4, 5] входило построение варианта инженерного расчета на малоцикловую усталость стали 45 при произвольном напряженном состоянии в отсутствии ползучести. Экспериментальное исследование проводилось в лаборатории сопротивления материалов СПбГПУ на серийной испытательной машине УМЭ-10ТМ с использованием специального оборудования [4, 5].

Образцы изготавливались из круглых прутков одной плавки. Перед чистовой механической обработкой заготовки стали 45 подвергались нормализации (нагрев до 850 °С, выдержка 1,5 часа и охлаждение на воздухе), обеспечивающей стабильность структуры в процессе испытаний. Допуск на разностенность по длине (40 мм) и диаметру (18С<sub>3</sub> и 15А<sub>3</sub>) рабочей части образца составлял 0,2 мм. Все испытания проводились при мягком режиме нагружения с заданием напряжений с частотой 3–5 циклов в минуту при комнатной температуре.

Получены кривые малоциклового усталости при мягком режиме нагружения с различными значениями коэффициента асимметрии цикла  $R = \sigma_{\min} / \sigma_{\max}$  и соотношения  $K_{\sigma} = \tau / \sigma$  (табл. 1).

Предложено кинетическое уравнение малоцикловых усталостных повреждений энергетического типа (5), которое проверялось экспериментально при сложных нестационарных режимах нагружения.

Коэффициенты уравнений кривых усталости согласно позициям 1–6 определены на основе обработки результатов опытов работы [4], а по позициям 7–10 коэффициенты получены по аналогии с уравнениями 1–6.

По результатам работы [5] получены коэффициенты уравнений кривых усталости  $\sigma_{i \max} = C - D \lg N$  стали 45 при коэффициенте асимметрии цикла  $R=-1$  и значениях  $K_{\sigma} = \tau / \sigma$ : при  $K_{\sigma} = 1,09$   $C=868$  МПа,  $D=156$  МПа; при  $K_{\sigma} = 0,77$   $C=884$  МПа,  $D=178$  МПа; при  $K_{\sigma} = 0,55$   $C=865$  МПа,  $D=172$  МПа; при  $K_{\sigma} = 0$   $C=830$  МПа,  $D=185$  МПа.

Уравнения кривых усталости стали 45

$\sigma_{\max} = C - D \lg N$				$\sigma_{i \max} = C - D \lg N$			
№ п/п	$R_{\sigma}$	$C, \text{МПа}$	$D, \text{МПа}$	N п/п	$R_{\sigma}$	$C, \text{МПа}$	$D, \text{МПа}$
1	-1,00	840	155	6	-1,00	983	217
2	-0,90	845	150	7	-0,90	989	217
3	-0,75	850	150	8	-0,75	995	217
4	-0,50	940	150	9	-0,50	1100	217
5	-0,25	1015	150	10	-0,25	1188	217

Таблица 2

Результаты расчета меры повреждений стали 45 при ступенчатых режимах циклического нагружения в условиях линейного напряженного состояния

№ п/п	№ ступени	Режимы нагружения [4]			Мера повреждений в момент разрушения по уравнениям				
		$\sigma_{\max}, \text{МПа}$	R	Число циклов	2	4	5 [4]	6–9	10
1	1	454	-0,90	60	0,875	0,950	1,057	1,132	1,053
	2	508		30					
	3	532		15					
	4	632		7					
2	1	454	-1,0	100	0,863	0,938	1,041	1,113	1,051
	2	508		50					
	3	582		8					
3	1	454	-0,73	200	0,877	0,944	1,004	1,115	1,052
	2	508		100					
	3	582		18					
4	1	454	-0,25	300	0,850	0,945	0,998	1,116	1,043
	2	508		250					
	3	582		270					
	4	638		125					
	5	670		7					
5	1	508	-0,25	400	1,235	1,122	1,028	0,968	0,984
	2		-0,50	150					
	3		-0,75	100					
	4		-1,00	48					
6	1	582	-0,25	100	1,044	1,020	1,015	1,055	1,025
	2		-0,75	25					
	3		-0,50	50					
	4		-0,90	17					
7	1	454	-0,50	400	0,969	0,986	1,038	1,055	1,025
	2	508	-0,75	50					
	3	582	-1,00	22					
8	1	454	-0,50	300	1,087	1,039	1,054	1,057	1,026
	2	508	-0,75	100					
	3	582	-1,00	18					

### Результаты расчетов меры повреждений стали 45 на момент разрушения при сложных режимах нагружения

Для сравнительного анализа расчетов меры повреждений в таблицах 2–5 представлены экспериментально полученные результаты разрушения образцов стали 45 на момент разрушения. Фиксация эмпирических данных проводилась при различных режимах сложного нагружения, отличающихся последовательностью приложения нагрузок, а также видом напряженного состояния материала (от линейного до плоского напряженного состояния). Мера повреждений оценивалась при различных комбинациях нормального и касательного напряжений по вышеописанным уравнениям, из которых уравнения (6), (9) и (10) применялись в этих условиях впервые.

Средние значения меры повреждений  $P_{CP}$  стали 45 и наибольшие отклонения меры повреждений  $\Delta P$

индивидуальных опытов от среднего значения меры  $P_{CP}$  представлены в таблице 6.

Для оценки эффективности применяемых для расчета уравнений проводилось сравнение расчетного значения меры  $P$  и  $P_{CP}$  с тем теоретическим значением  $P_T = 1$ , которое должно было бы наблюдаться при идеальном описании процесса разрушения. Так как в качестве параметров уравнений используются кривые циклической усталости, отвечающие 50% вероятности разрушения, то можно предполагать, что и при сложных нестационарных режимах нагружения условие разрушения отвечает той же вероятности. Эффективность анализируемых (сравниваемых) уравнений повреждений определяется также величинами отклонений  $\Delta P$  индивидуальных опытов от среднего значения меры повреждений.

Таблица 3

**Режимы нагружения стали 45 при ступенчатых режимах циклического нагружения  
в условиях плоского напряженного состояния и результаты расчета меры повреждений материала  
на момент разрушения**

№ режи-ма	№ ступе-ни	Режимы нагружения [4]										Мера повреждений в момент разрушения по уравнениям				
		$\sigma$ , МПа	$\tau$ , МПа	$\sigma_i$ , МПа	R	Число цик-лов	$\sigma$ , МПа	$\tau$ , МПа	$\sigma_i$ , МПа	R	Число цик-лов	2	4	5 [4]	6-9	10
1	1-2	237	258	508	-1,0	60	272	296	582	-1,0	12	0,559	0,801	0,981	0,992	0,996
2	1-2	213	252	454	-1,0	100	272	296	582	-1,0	17	0,606	0,822	0,975	1,029	1,013
3	1-2	582	-	582	-1,0	20	272	296	582	-1,0	10	0,575	0,809	0,955	0,952	0,979
4	1-2	508	-	508	-1,0	60	237	258	508	-1,0	38	0,679	0,833	0,942	0,956	0,977
5	1-2	508	-	508	-0,75	100	508	-	508	-1,0	30					
	3-4	237	258	508	-0,75	7	508	-	508	-0,75	56	1,080	1,042	0,926	1,062	1,032
6	1-2	454	-	454	-0,75	100	508	-	508	-1,0	50					
	3	272	296	582	-1,0	10	-	-	-	-	-	0,732	0,879	0,992	1,058	1,026
7	1-2	454	-	454	-0,5	300	508	-	508	-0,5	150					
	3-4	582	-	582	-0,75	25	297	324	634	-1,0	4	0,877	0,951	1,007	1,114	1,046
8	1-2	582	-	582	-0,25	10	237	258	508	-1,0	20					
	3	272	296	580	-1,0	14	-	-	-	-	-	0,341	0,703	0,898	0,881	0,947
9	1-2	580	-	580	-0,75	44	272	296	582	-0,75	11	0,850	0,992	0,936	0,985	0,993

Таблица 4

**Режимы нагружения стали 45 при ступенчатых режимах циклического нагружения  
в условиях плоского напряженного состояния и результаты расчета меры повреждений материала  
на момент разрушения**

№ режи-ма	№ ступе-ни	Режимы нагружения [4]										Мера повреждений в момент разрушения по уравнениям				
		$\sigma$ , МПа	$\tau$ , МПа	$\sigma_i$ , МПа	R	Число цик-лов	$\sigma$ , МПа	$\tau$ , МПа	$\sigma_i$ , МПа	R	Число цик-лов	2	4	5 [4]	6-9	10
1	1-2	580	-	580	-0,75	44	272	296	580	-0,75	11	0,832	0,924	0,936	0,985	0,993
2	1-2	190	207	405	-0,5	700	582	-	582	-0,5	121	0,686	0,859	0,946	1,148	1,066
3	1-2	272	296	580	-0,5	42	582	-	582	-0,5	248	1,190	1,086	0,979	1,240	1,108
4	1-2	236	258	505	-0,5	300	505	-	505	-0,5	200					
	3	236	258	505	-0,5	124	-	-	-	-	-	1,020	1,010	0,909	1,024	1,012
5	1-2	508	-	508	-0,75	50	237	258	508	-0,75	50					
	3-4	582	-	582	-0,5	50	272	296	580	-0,5	74	1,056	1,025	0,981	1,140	1,063

Таблица 5

**Режимы нагружения стали 45 при ступенчатых режимах циклического нагружения в условиях плоского напряженного состояния и результаты расчета меры повреждений материала  
на момент разрушения**

№ режи-ма	№ ступе-ни	Режимы нагружения [5], R=-1										Мера повреждений в момент разрушения по уравнениям				
		$\sigma$ , МПа	$\tau$ , МПа	$\sigma_i$ , МПа	$K_\sigma$	Число цик-лов	$\sigma$ , МПа	$\tau$ , МПа	$\sigma_i$ , МПа	$K_\sigma$	Число циклов	2	4	5 [5]	6-9	10
1	1-2	237	258	508	1,09	60	272	296	580	1,09	12	0,446	0,759	0,981	0,982	0,992
2	1-2	272	296	580	1,09	12	237	258	508	1,09	140	0,860	0,937	1,058	0,958	0,981
3	1-2	227,5	175	380	0,77	150	266	209	450	0,77	75	1,241	1,111	1,100	1,187	1,086
	3-4	320	246	540	0,77	50	344	265	570	0,77	23					
4	1-2	320	246	540	0,77	30	344	265	570	0,77	20	1,337	1,155	1,070	0,910	0,958
	3-4	266	205	450	0,77	75	227,5	175	360	0,77	250					
5	1-2	263	145	360	0,55	450	290	160	400	0,55	106	0,816	0,894	1,089	1,082	1,047
	3	325	180	450	0,55	22	-	-	-	-	-					
6	1-2	325	180	450	0,55	43	290	160	400	0,55	106	0,897	0,041	1,092	0,936	0,964
	3	263	145	360	0,55	450	-	-	-	-	-					

**Результаты расчета меры повреждений стали 45  
при исследованных режимах сложного нагружения**

№ таблицы	Напряженное состояние	Параметры	Мера повреждений и отклонения от среднего значения по уравнениям				
			2	4	5 [4, 5]	6–9	10
2	Линейное напряженное состояние	$P_{CP}$	0,975	0,933	1,029	1,076	1,032
		$+\Delta P$	0,260	0,129	0,028	0,056	0,021
		$-\Delta P$	0,125	0,055	0,031	0,108	0,048
3	Плоское напряженное состояние	$P_{CP}$	0,700	0,866	0,957	1,003	1,001
		$+\Delta P$	0,380	0,176	0,050	0,111	0,045
		$-\Delta P$	0,359	0,163	0,059	0,122	0,054
4	Плоское напряженное состояние	$P_{CP}$	0,957	0,979	0,950	1,107	1,048
		$+\Delta P$	0,233	0,107	0,031	0,132	0,060
		$-\Delta P$	0,271	0,120	0,941	0,122	0,055
5	Плоское напряженное состояние	$P_{CP}$	0,936	0,966	1,065	1,009	1,005
		$+\Delta P$	0,401	0,189	0,085	0,178	0,081
		$-\Delta P$	0,470	0,207	0,084	0,099	0,047

Таким образом, предоставленные в таблицах результаты свидетельствуют об эффективности предложенных уравнений повреждений в условиях сложных режимов нагружения и эксплуатации стали 45.

#### Выводы

Уравнения повреждений силовой модели разрушения (2) и (4) с меньшей точностью, чем уравнения (5), (6) и (10), определяют момент разрушения стали 45 при нестационарных режимах мягкого малоциклового нагружения. Для определения параметров кинетического уравнения (5) энергетической модели разрушения необходим комплекс испытаний [1]. При более длительных режимах малоциклового нагружения с промежуточными продолжительными разгрузками уравнения наследственного типа (6) и (10) имеют преимущества. Кинетические уравнения силовой модели разрушения наследственного типа успешно используются в составе комбинированных уравнений повреждений.

#### Литература

1. Павлов, П. А. Основы инженерных расчетов элементов машин на усталость и длительную прочность / П. А. Павлов. – Ленинград : Машиностроение, 1988. – 252 с.

2. Огородов, Л. И. Экспериментальная проверка применимости кинетического уравнения повреждений наследственного типа для расчета момента разрушения жаропрочного сплава в условиях ползучести / Л. И. Огородов, С. Я. Куранаков // Вестник машиностроения. – 1995. – № 10. – С. 26–28.

3. Огородов, Л. Н. Экспериментальная проверка применимости уравнений повреждений наследственного типа для оценки момента разрушения сталей и сплавов в условиях высокотемпературной ползучести при нестационарных режимах нагружения / Л. Н. Огородов // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 1996. – № 4. – С. 98–107.

4. Пенкин, А. Н. Малоцикловая усталость конструкционной стали при сложном напряженном состоянии : автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук / Пенкин Александр Николаевич. – Ленинград, 1984. – 18 с.

5. Абдель, Ф. М. Малоцикловая усталость конструкционной стали и титанового сплава при сложном напряженном состоянии и нестационарном нагружении : автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук / Абдель Фатах Мустафа. – Ленинград, 1985. – 18 с.

*Ogorodov L.I., Shapkina V.A.*

#### DAMAGE TO STEEL 45 IN NON-STATIONARY MODES OF SOFT LOW-CYCLE LOADING

The results of calculating the damage to steel 45 at the time of destruction under non-stationary modes of soft low-cycle loading using the kinetic equations of the power model of damage of the hereditary type are presented.

Damage, steel, non-stationary modes, soft low-cycle loading, destruction.