



*В.С. Уткин, С.А. Соловьев*  
*Вологодский государственный университет*

## РАСЧЕТ НАДЕЖНОСТИ БУРОИНЪЕКЦИОННЫХ СВАЙ С УШИРЕНИЕМ ПО КРИТЕРИЮ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ГРУНТА ОСНОВАНИЯ

Для количественной оценки безопасности эксплуатации свай в данной статье разработан метод расчета надежности буроинъекционных свай с уширением по критерию несущей способности грунта основания. В предложенном методе использован новый подход к возникновению и описанию сил трения-сцепления по боковой поверхности сваи, отличающийся от общепринятого тем, что силы трения-сцепления возникают не в результате «срыва» сваи, а в результате микроперемещений материала ствола сваи. Приведен числовой пример расчета надежности буроинъекционной сваи с уширением.

Надежность, буроинъекционная свая, уширение, теория нечетких множеств, силы трения-сцепления, механическая безопасность.

Свайные фундаменты применяются для многих зданий и сооружений на территории РФ и за рубежом. От безопасной работы свайного фундамента зависит безопасная работа всего сооружения.

По Межгосударственному стандарту (ГОСТ 27751-2014 «Надежность строительных конструкций и оснований») несущие элементы и строительные конструкции в целом должны отвечать требованиям безопасности их эксплуатации. Количественной мерой безопасности может служить значение их надежности, а одним из показателей надежности является вероятность безотказной работы. Под понятием надежности строительного объекта понимается его способность «выполнять требуемые функции в течение расчетного срока эксплуатации». Надежность строительного объекта определяется через надежность каждого несущего элемента объекта с учетом их взаимодействия. Для этого рассматриваются условные механические системы с последовательным, параллельным и смешанным соединением элементов систем. Одним из элементов системы является основание фундамента, в частности, из буроинъекционных свай.

Расчет надежности одиночной сваи является необходимым условием для расчета надежности свайного основания фундамента. В настоящее время получили развитие различные методы расчетов надежности. Так, ГОСТ 27751-2014 рекомендует применять вероятностно-статистические методы для обоснования нормативных и расчетных характеристик материалов, грунтов оснований, нагрузок и т.д. Однако применение этих методов по ГОСТ 27751-2014 допускается «при наличии эффективных вероятностных методик учета случайной изменчивости основных параметров» в расчетных математических моделях предельных состояний по первой и второй группам предельных состояний. Это означает, что объем исходной статистической информации о случайных величинах и об их изменчивости должен быть полным в понятиях теории математической статистики и теории вероятностей.

На практике расчетов надежности несущих элементов конструкций, в том числе буроинъекционных свай

(и тем более одной сваи), зачастую не удается получить требуемую согласно ГОСТ 27751-2014 по объему статистическую информацию о контролируемых параметрах. В связи с этим, нашли свое применение альтернативные методы расчетов надежности, которые дают менее информативный результат и построены на новых теориях математического анализа. Так, в расчетах надежности строительных конструкций применяются методы, основанные на теории возможностей [1], теории случайных множеств, теории свидетельств Демпстера-Шефера [2] и другие. Применительно к расчетам надежности свай оснований фундаментов использованы новые методы расчетов в работах [3, 4].

Расчет буроинъекционных свай с уширением на нижнем конце сваи по несущей способности грунта основания в соответствии с СП 24.13330.2011 «Свайные фундаменты» производится по формуле:

$$F_d = \gamma_c (\gamma_{cR} RA + u \sum \gamma_{cf} f_i h_i), \quad (1)$$

значения параметров в (1) можно найти в СП 24.13330.2011.

Отметим лишь, что  $A$  – площадь в месте наибольшего диаметра уширения;  $u$  – периметр поперечного сечения ствола сваи и  $R$  – расчетное сопротивление грунта под уширением, зависящее от вида грунта и глубины  $H$  под уширением.

Расчет надежности сваи определяется по значениям надежности сваи по прочности (несущей способности) материала сваи, несущей способности грунта основания и по осадке. В данной статье рассматривается расчет надежности сваи по несущей способности грунта основания. Расчет надежности сваи по несущей способности материала сваи можно найти в работе [4].

Математическую модель предельного состояния для расчетов надежности можно записать в виде:

$$\tilde{F}_p \leq \tilde{F}_d, \quad (2)$$

где волнистой линией обозначены случайные величины (или нечеткие переменные в терминах теории возможностей);  $F_p$  – расчетная или контролируемая нагрузка на сваю.

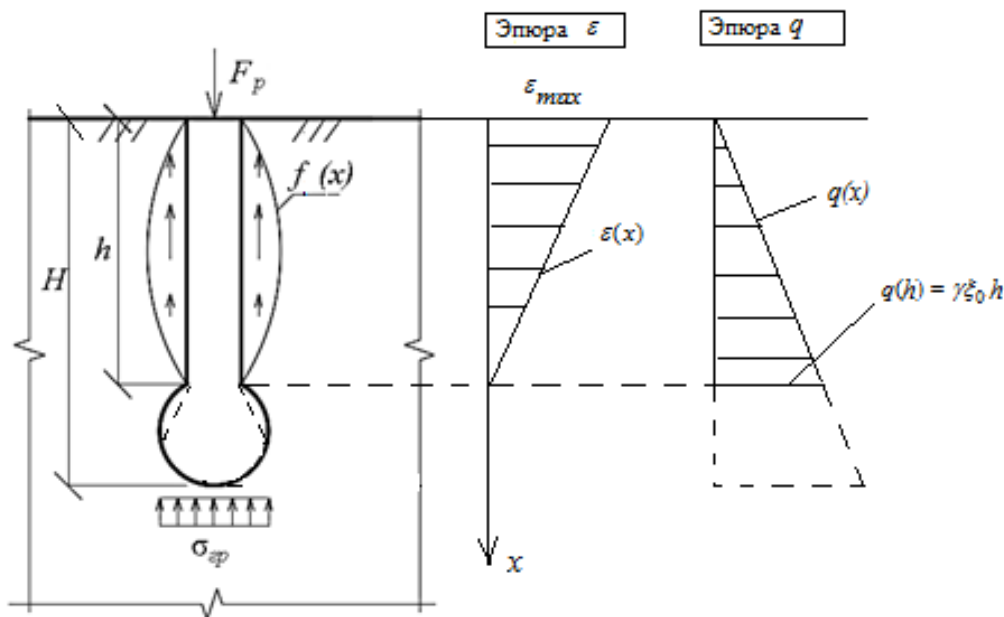


Рис. 1. Расчетная схема висячей сваи с уширением

Возможная расчетная схема работы сваи в грунте основания представлены на рисунке 1. По [4] силы трения-сцепления  $f(x)$  на поверхности висячей сваи определяются по формуле:  $f(x) = \varepsilon(x)q(x)\varphi$ , где  $\varepsilon(x)$  – относительная деформация материала сваи по длине;  $q(x)$  – боковое давление грунта на сваю,  $q(x) = \gamma\xi_0 x$ ;  $\varphi$  – безразмерный коэффициент, учитывающий контактное взаимодействие материала поверхности сваи и грунта основания.

Рассмотрим вариант работы сваи в однородном грунте и определение ее несущей способности  $F_d$  по несущей способности грунта. Из условия равновесия сваи в грунте под нагрузкой  $F_d$  в состоянии покоя при линейном законе изменения деформации материала сваи [4] и полном использовании сил  $f(x)$  на всей длине сваи до уширения имеем:

$$F_d = \sigma_{sp}A + u \int_0^h \varepsilon_{\max} \frac{h-x}{h} \gamma\xi_0 x \varphi dx. \quad (3)$$

По [4] значение  $\varphi$  находится по результатам испытаний пробной сваи при длине участка сваи  $h$  до уширения на нижнем конце сваи, как показано на рисунке 1. Для этого сваю нагружается возрастающей нагрузкой с одновременным измерением деформаций материала сваи в нескольких точках по длине сваи до тех пор, пока значение  $h$  не достигнет уширения. Благодаря малой высоте уширения и его криволинейной формы, влиянием отрицательных сил трения-сцепления на высоте уширения сваи будем пренебрегать. В этом случае по [4] будем иметь:  $\varphi = \frac{6EA}{u\gamma\xi_0 h^2}$ ,

где  $A$  и  $E$  – площадь сечения и модуль упругости материала сваи.

В дальнейшем примем  $A, R, h, u, E, \xi_0$  детерминированными величинами. Значение коэффициента бокового давления  $\xi_0$  определяется по формуле  $\xi_0 = \mu_0 / (1 - \mu_0)$ , значения параметра  $\mu_0$  для различных грунтов можно найти в [5].

Для предельной нагрузки  $F_d$  примем напряжение  $\sigma_{sp}$  в (3) равным расчетному сопротивлению грунта  $R$ , используя для этого информацию в таблице 7.2 СП 24.13330.2011. Расчетное сопротивление грунта является детерминированной величиной. Тогда после интегрирования (3) получим:

$$F_d = RA + u\varepsilon_{\max}\gamma\xi_0\varphi\frac{h^2}{6}, \quad (4)$$

где  $\varepsilon_{\max}$  находится из  $\varepsilon_{\max} = \frac{F_d}{EA}$  в месте пересечения сваи с поверхностью грунта. Из (4) имеем:

$$F_d \left( 1 - u\gamma\xi_0\varphi\frac{h^2}{6EA} \right) = RA$$

или

$$F_d = RA \left( 1 - u\gamma\xi_0\varphi\frac{h^2}{6EA} \right). \quad (5)$$

Из (2), с обозначением случайных величин волнистой линией над символами, получим:

$$\tilde{F}_p - \frac{RA}{\left( 1 - u\tilde{\gamma}\tilde{\xi}_0\tilde{\varphi}\frac{h^2}{6EA} \right)} \leq 0. \quad (6)$$

Введем обозначения  $\tilde{F}_p = X$ ,  $\tilde{\gamma}\tilde{\xi}_0 = Y$ ,  $u\tilde{\varphi}\frac{h^2}{6EA} = Z$ . Тогда (6) примет вид:

$$\tilde{F}_p - \frac{RA}{(1 - YZ)} \leq 0. \quad (6')$$

Примем для описания нечетких переменных  $X, Y, Z$  функцию распределения возможностей с аналитическим видом:

$$\pi_X(x) = \exp\left[-\left(\frac{x-a_x}{b_x}\right)^2\right], \quad (7)$$

где  $a_x = 0,5 \cdot (X_{\max} + X_{\min})$  – «условное среднее»;  $b_x = 0,5(X_{\max} - X_{\min})/\sqrt{-\ln\alpha}$  – мера «рассеяния», где  $X_{\max}$  и  $X_{\min}$  – наибольшее и наименьшее значение во множестве значений  $\{x\}$  нечеткой переменной  $X$ , полученных из результатов измерений;  $\alpha \in [0;1]$  – уровень среза (риска), значением которого задаются, например по рекомендациям, приведенным в [6]. Графическое представление функции и некоторые ее параметры показаны на рисунке 2.

Обратную функцию от  $\pi_X(x)$  найдем из (7) в виде  $x = a_x \pm b_x \sqrt{-\ln\alpha}$  или  $x = a_x \pm b_x \beta$ , где  $\beta = \sqrt{-\ln\alpha}$ . Аналогичные выражения будут и для нечетких переменных  $Y, Z$ .

Расчет надежности по математической модели (6') проведем с использованием принципа обобщения Л. Заде из теории нечетких множеств [7]. Формируем из (6') нечеткую переменную  $T$  как функцию от нечетких аргументов  $X, Y, Z$  в виде:

$$T = X - \frac{RA}{(1-YZ)} \leq 0. \quad (8)$$

Графический вид функции  $\pi_T(t)$  неизвестен, но она характеризуется значениями  $a_t, b_t, \alpha$ , как и  $\pi_X(x)$ . Условная «средняя»  $a_t$  определяется по (8) в виде  $a_t = a_x - \frac{RA}{(1-a_y a_z)}$ , с левой ветвью  $t \leq a_t$  и

правой ветвью  $t > a_t$  функции  $\pi_T(t)$ , а обратная функция  $t$  от  $T$  будет определяться через обратные функции  $x, y, z$  от  $X, Y, Z$ , которые имеют вид обратной функции  $x$  от  $\pi_X(x)$ , описанной выше. Для левой и правой ветвей функции  $\pi_T(t)$  имеем:

$$t_{лев} = (a_x + b_x \beta) - \frac{RA}{[1 - (a_y - b_y \beta)(a_z - b_z \beta)]} \leq 0, \quad (9)$$

$$t_{пр} = (a_x - b_x \beta) - \frac{RA}{[1 - (a_y + b_y \beta)(a_z + b_z \beta)]} \leq 0, \quad (10)$$

где  $\beta = \sqrt{-\ln\pi_T(t)} = \sqrt{-\ln\alpha}$ . Перед « $b$ » в  $t_{лев}$  ставят знак минус в числителе, а в знаменателе плюс, если от этой величины значение левой ветви в (9) возрастает, а в (10) наоборот. При  $t = a_t$  имеем  $\pi_T(t) = 0$  или  $\beta = 0$ . По (9) при выполнении  $a_t \leq 0$  значение возможности безотказной работы балки по принимается  $R=1$ . Возможность отказа  $Q$  (для правой ветви функции  $\pi_T(t)$ ) найдем по значению  $\beta$ , полученного из (10) при  $t_{пр} = 0$ , которое соответствует наименьшей расчетной надежности или наибольшей обеспеченности. По результатам решения (10), при  $t_{пр} = 0$  находят  $\beta_{\min}$  по абсолютному значению и возможность отказа  $Q = \exp(-\beta_{\min}^2)$ . В [1] нечеткая переменная характеризуется мерами возможности  $R$  и необходимости  $N$ . В понятиях надежности, необходимость  $N$  безотказной работы свои равна  $N=1-Q$ . Надежность как мера безопасности характеризуется интервалом  $[N; R]$  или в вероятностных показателях  $[\underline{P}; \bar{P}]$ , где  $\underline{P}$  и  $\bar{P}$  – нижнее и верхнее значение вероятности безотказной работы.

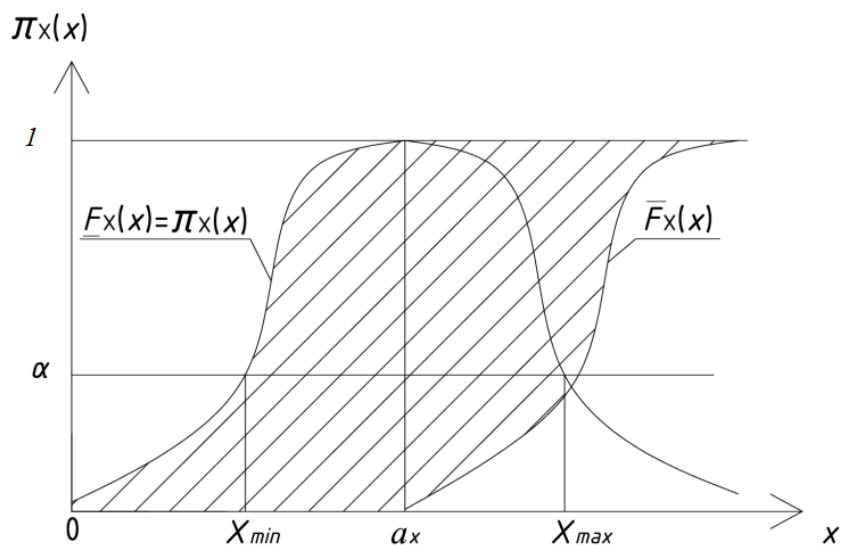


Рис. 2. График функции распределения возможностей  $\pi_X(x)$

**Пример.** Пусть известно:  $A=0,16 \text{ м}^2$ ;  $R=3,5 \text{ МПа}$ ;  $X = \{3000; 3100; 3040\} \text{ кН}$ ;  $Y = \{3,16; 3,10; 3,22\} \text{ кН/м}^3$ ;  $Z = \{0,268; 0,270; 0,266\} \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{кН}$ . Вычислим параметры функций распределения нечетких переменных:  $a_x = 3050 \text{ кН}$ ;  $a_y = 3,16 \text{ кН/м}^3$ ;  $a_z = 0,268 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{кН}$ ;  $b_x = 28,9 \text{ кН}$ ;  $b_y = 34,68 \text{ Н/м}^3$ ;  $a_z = 1,156 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3/\text{кН}$  – при уровне среза (риска)  $\alpha = 0,05$ . Т.к.  $a_t = -6,07 \cdot 10^{-5} \leq 0$ , то возможность безотказной работы  $R=1$ . Из (10), с применением MathCAD, вычисляем значения  $\beta = \{-331,15; 2,09; 115,81\}$ . По абсолютному значению  $\beta_{\min} = 2,09$ . Возможность отказа  $Q = \exp(-\beta_{\min}^2) = \exp(-2,09^2) = 0,013$ . Необходимость безотказной работы  $N=1-Q=1-0,013=0,987$ . Надежность характеризуется интервалом  $[0,987; 1]$ .

Для оценки надежности сваи по всем критериям работоспособности следует условно рассматривать сваю как механическую систему с последовательным соединением элементов. И надежность сваи в целом определяется по формулам:

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{P} = \max\left(0, \sum_{i=1}^n \underline{P}_i - (n-1)\right), \\ \overline{P} = \min(\overline{P}_i) \end{array} \right.$$

где  $\underline{P}_i$  и  $\overline{P}_i$  – нижняя и верхняя граница вероятности безотказной работы сваи по  $i$ -му критерию работоспособности;  $n$  – количество критериев работоспособности.

#### Выводы:

1. Разработан новый метод расчета надежности буринъекционной сваи с уширением по несущей способности грунта основания при ограниченной статистической информации о контролируемых параметрах с использованием положений теории нечетких множеств.

2. Использован новый подход к описанию сил трения-сцепления по боковой поверхности сваи, возникающих из условия микроперемещений материала сваи, а не из условия «срыва» сваи.

3. На числовом примере расчета надежности проиллюстрирован алгоритм расчета надежности буринъекционной сваи с уширением по критерию несущей способности грунта основания.

4. Разработанный метод может быть использован при оценке надежности условной механической системы «основание-здание-сооружение», а также для количественной оценки безопасности эксплуатации свайных фундаментов и включен в нормативную литературу по расчетам надежности буринъекционных свай.

#### Литература

1. Dubois, D. Possibility theory / D. Dubois, H. Prade. – New York : Plenum Press, 1988. – 411 p.
2. Shafer, G. A. Mathematical Theory of Evidence / G. A. Shafer. – Princeton University Press, 1976. – 297 p.
3. Уткин, В. С. Расчет надежности сваяч железобетонных свай в грунте основания / В. С. Уткин. // Строительная механика и расчет сооружений. – 2018. – № 1 (276). – С. 31–36.
4. Уткин, В. С. Расчет надежности сваяч по критерию несущей способности грунта основания / В. С. Уткин // Строительство: наука и образование. – 2018. – № 4 (30). – С. 1.
5. Цытович, Н. А. Механика грунтов / Н. А. Цытович. – Москва : Высшая школа, 1983. – 288 с.
6. Уткин, В. С. Значение уровня среза (риска) при расчете надежности несущих элементов возможностным методом / В. С. Уткин, С. А. Соловьев, А.А. Каберова // Строительная механика и расчет сооружений. – 2015. – № 6. – С. 63–67.
7. Zadeh, L. Fuzzy Sets as the Basis for a Theory of Possibility / L. A. Zadeh // Fuzzy Sets and Systems. – 1978. – №. 1. – P. 3–28.

V.S. Utkin, S.A. Solovyev

#### RELIABILITY ANALYSIS OF CFA PILES WITH UNDER-REAM ON SOIL BASE BEARING CAPACITY

Pile foundations are used for many buildings and structures in the Russian Federation and abroad. The safe operation of entire structure depends on the safe operation of a pile foundation. The article describes the reliability analysis method for CFA (Continuous flight augering) piles with under-reams on criterion of soil base bearing capacity for the quantitative assessment of piles safety. The new approach is used to describe the friction-adhesion forces on the pile lateral surface, which differs from the generally accepted fact that the friction-adhesion forces do not arise as a result of pile "failure", but as a result of micro-displacements of the pile trunk material. The developed method is based on the fuzzy sets theory provisions, which increases its practical significance, because it can be used with limited statistical information about the controlled parameters. Numerical example of reliability analysis is given for CFA piles with the under-ream.

Reliability, CFA pile, under-ream, fuzzy sets theory, friction, mechanical safety.