



*А.А. Аваев*

*Череповецкий государственный университет*

*Ю.Р. Осипов*

*Вологодский государственный университет*

## НЕСТАЦИОНАРНАЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ В СИСТЕМЕ ЭЛАСТОМЕР-СТАЛЬ В ТЕЧЕНИЕ ТЕРМИЧЕСКОЙ ВУЛКАНИЗАЦИИ ЭЛАСТОМЕРА

Математическое описание термической вулканизации эластомера в системе эластомер-сталь является весьма сложным процессом. Причиной тому является комбинация химических реакций и физических превращений, имеющих место в эластомерном покрытии на стальной основе. Как следствие, такое описание возможно только в сравнительно простой ситуации, когда содержание свободной серы в эластомере достаточно мало и отсутствует заметное изменение свойств эластомера в течение его вулканизации. Предлагаемая математическая модель основана на решении линейного уравнения теплопроводности. Целью моделирования является усовершенствование организации процесса термической вулканизации эластомера в системе эластомер-сталь. Математическая модель может быть использована в современной инженерной практике.

Система эластомер-сталь, математическое описание, термическая вулканизация, свободная сера, стальная основа, линейное уравнение теплопроводности, преобразование Лапласа.

В современной инженерной практике широко используются элементы конструкций, представляющие собой стальные пластины с нанесенным на них слоем эластомера. Покрытие из эластомера используется с целью защиты стали от механического и коррозионного воздействия внешней среды и позволяет применять в конструкторских разработках наиболее экономичные марки стали.

После нанесения на стальную пластину слоя эластомера его подвергают чаще всего термической вулканизации, которая представляет собой сложный физико-химический процесс, сопровождающийся плавлением свободной серы с соответствующим поглощением тепла и последующей реакцией связывания свободной серы с эффектом тепловыделения [1].

В подобных ситуациях математическое моделирование нестационарной теплопроводности в системе эластомер-сталь приобретает решающее значение. Дело в том, что непосредственный контроль хода теплового процесса весьма затруднителен и приводит к большим погрешностям в измерении температуры в различных точках стали и, в особенности, эластомера.

В эластомере с малым содержанием свободной серы можно пренебречь эффектами поглощения и выделения тепла. Кроме того, изменение параметров теплопереноса в подобных случаях является весьма малым [2], что позволяет при моделировании нестационарной теплопроводности в ходе вулканизации эластомера считать эти параметры постоянными.

В таких случаях в качестве основы математической модели допустимо взять двухслойную бесконечную пластину, толщина слоев которой составляет  $l_1$  и  $l_2$ . Внутренний перенос тепла при этом описывается системой двух линейных уравнений теплопроводности [3]:

$$\frac{\partial t_1(x, \tau)}{\partial \tau} = a_1 \frac{\partial^2 t_1(x, \tau)}{\partial x^2}, \quad (1)$$

$$(0 < \tau < +\infty; 0 < x \leq l_1);$$

$$\frac{\partial t_2(x, \tau)}{\partial \tau} = a_2 \frac{\partial^2 t_2(x, \tau)}{\partial x^2}, \quad (2)$$

$$(0 < \tau < +\infty; l_1 \leq x < l_1 + l_2),$$

где  $t_i(x, \tau)$  – температура пластины с номером  $i$  в точке с координатой  $x$  в момент времени  $\tau, ^\circ C$ ;  $a_i$  – коэффициент температуропроводности материала пластины,  $m^2/c$  ( $i=1,2$ ).

При решении системы уравнений (1)–(2) предлагается использовать краевые условия:

$$t_1(x, 0) = t_2(x, 0) = t_0 = const; \quad (3)$$

$$t_1(l_1, \tau) = t_2(l_1, \tau); \quad (4)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial t_1(l_1, \tau)}{\partial x} = \lambda_2 \frac{\partial t_2(l_1, \tau)}{\partial x}; \quad (5)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial t_1(0, \tau)}{\partial x} + \alpha [t_c - t_1(0, \tau)] = 0; \quad (6)$$

$$-\lambda_2 \frac{\partial t_2(l_1 + l_2, \tau)}{\partial x} + \alpha [t_c - t_2(l_1 + l_2, \tau)] = 0, \quad (7)$$

где  $\lambda_i$  – коэффициент теплопроводности материала пластины,  $Bm/(m \cdot ^\circ C)$ ;  $\alpha$  – коэффициент теплоотдачи от внешней среды с температурой  $t_c = const, ^\circ C$ , к поверхностям  $x=0$  и  $x=l_1+l_2$ ,  $Bm/(m^2 \cdot ^\circ C)$ .

Начальное условие (3) соответствует постоянному значению температуры во всех точках обеих пластин в момент времени  $\tau=0$ .

Граничные условия (4)–(5) отвечают так называемому идеальному тепловому контакту пластин в двухслойной системе, когда на поверхности  $x=l_1$  имеет место равенство температур (4) и тепловых потоков (5).

Граничные условия (6)–(7) описывают конвективный теплообмен через поверхности  $x = l_1$  и  $x = l_1 + l_2$ .

Решение системы уравнений (1)–(2) для краевых (3)–(7) проведено при использовании преобразований Лапласа и может быть представлено в виде

$$t_1(x, \tau) = t_c + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{A_m \cos\left(\mu_m \frac{x-l_1}{l_1}\right) + B_m \sin\left(\mu_m \frac{x-l_1}{l_1}\right)}{C_m} e^{-\mu_m^2 Fo}; \quad (8)$$

$$t_2(x, \tau) = t_c + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{A_m \cos\left(K_2 \mu_m \frac{x-l_1}{l_1}\right) + K_1 B_m \sin\left(K_2 \mu_m \frac{x-l_1}{l_1}\right)}{C_m} \cdot e^{-\mu_m^2 Fo}, \quad (9)$$

где

$$A_m = \left[ \frac{Bi_2 \sin(K_2 \mu_m)}{K_2 \mu_m} + \cos(K_2 \mu_m) \right] K_1 Bi_1 (t_c - t_0) + \left( \frac{Bi_1 \sin \mu_m}{\mu_m} + \cos \mu_m \right) \frac{Bi_2}{K_2} (t_c - t_0);$$

$$B_m = (Bi_1 \cos \mu_m - \mu_m \sin \mu_m) \frac{Bi_2}{K_2 \mu_m} (t_c - t_0) - [Bi_2 \cos(K_2 \mu_m) - K_2 \mu_m \sin(K_2 \mu_m)] \frac{Bi_1}{K_2 \mu_m} (t_c - t_0);$$

$$C_m = -\frac{1}{2} K_1 \mu_m [(Bi_1 + 1) \sin \mu_m + \mu_m \cos \mu_m] \left[ \frac{Bi_2 \sin(K_2 \mu_m)}{K_2 \mu_m} + \cos(K_2 \mu_m) \right] - \frac{1}{2} K_1 (Bi_1 \cos \mu_m - \mu_m \sin \mu_m) \left[ \left( K_2 \mu_m + \frac{Bi_2}{K_2 \mu_m} \right) \sin(K_2 \mu_m) - Bi_2 \cos(K_2 \mu_m) \right] - \frac{1}{2} \frac{1}{K_2} \left[ \left( \mu_m + \frac{Bi_1}{\mu_m} \right) \sin \mu_m - Bi_1 \cos \mu_m \right] [Bi_2 \cos(K_2 \mu_m) - K_2 \mu_m \sin(K_2 \mu_m)] - \frac{1}{2} (Bi_1 \sin \mu_m + \mu_m \cos \mu_m) [(Bi_2 + 1) \sin(K_2 \mu_m) + K_2 \mu_m \cos(K_2 \mu_m)];$$

$$K_1 = \sqrt{\frac{a_2 \lambda_1}{a_1 \lambda_2}}; \quad K_2 = \sqrt{\frac{a_1 l_2}{a_2 l_1}};$$

$Fo = \frac{a_1 \tau}{l_1^2}$  – критерий Фурье;  $Bi_1 = \frac{\alpha l_1}{\lambda_1}$ ,  $Bi_2 = \frac{\alpha l_2}{\lambda_2}$  – критерии Био;  $\mu_m > 0$  ( $m = 1, 2, \dots$ ) – корни характеристического уравнения

$$(Bi_1 \cos \mu - \mu \cdot \sin \mu) [Bi_2 \sin(K_2 \mu) + K_2 \mu \cdot \cos(K_2 \mu)] K_1 + (Bi_1 \sin \mu + \mu \cdot \cos \mu) [Bi_2 \cos(K_2 \mu) - K_2 \mu \cdot \sin(K_2 \mu)] = 0.$$

На рис. 1 представлены результаты расчетов четырех линий нестационарного температурного поля, проведенные в соответствии с решением (8)–(9). Расчеты выполнены для случая вулканизации слоя эластомера марки 2566, нанесенного на пластину из стали Ст3.

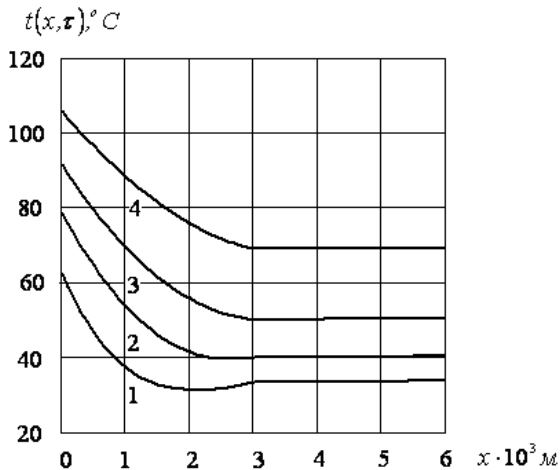


Рис. 1. Результаты расчетов линий нестационарного температурного поля системы эластомер-сталь

Приведенные расчеты соответствуют вулканизации эластомера в аппарате с псевдооживленным слоем инертного зернистого теплоносителя [1].

Температура псевдооживленного слоя составляла  $t_c = 150^\circ C$ ; коэффициент теплоотдачи  $\alpha = 70 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ C)$ ; толщина слоя эластомера  $l_1 = 3,0 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ; толщина стальной пластины  $l_2 = 3,0 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ; начальная температура  $t_0 = 30^\circ C$ .

Линии 1, 2, 3, 4 соответствуют значениям времени  $\tau_1 = 5 \text{ с}$ ,  $\tau_2 = 15 \text{ с}$ ,  $\tau_3 = 30 \text{ с}$ ,  $\tau_4 = 60 \text{ с}$ .

Из рис. 1 следует, что поверхность эластомера  $x = 0$ , в силу его низкой теплопроводности, прогревается заметно быстрее, чем его поверхность  $x = l_1$ , контактирующая со сталью. Для стали, коэффициент теплопроводности которой более чем на три порядка выше, прогрев осуществляется практически равномерно.

На рис. 2 представлена динамика изменения линий температурного поля во времени.

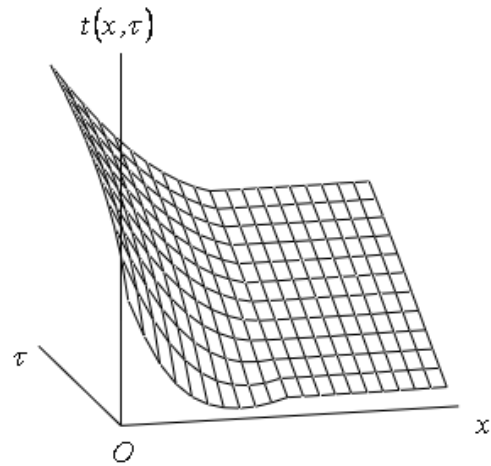


Рис. 2. Динамика изменения во времени линий нестационарного температурного поля

Поверхность, изображенная на рис. 2, составлена из двенадцати линий, каждая из которых соответствует определенному значению времени  $\tau$  в диапазоне его значений от 5 до 60 секунд с шагом  $\Delta \tau = 5 \text{ с}$ .

Экспериментальная проверка расчетов нестационарных температурных полей в соответствии с предложенной математической моделью доказала возможность ее применения в инженерной практике при установлении оптимальных режимов термической вулканизации эластомера в системе эластомер-сталь.

## Литература

1. Аваев, А. А. Аналитические модели теплопереноса в резиноталлических системах в процессах термической вулканизации резиновых обкладок при малой концентрации вулканизирующего агента / А. А. Аваев, Ю. Р. Осипов // Вестник Череповецкого государственного университета. – 2015. – № 5 (66). – С. 5–9.
2. Лукомская, А. И. Тепловые основы вулканизации резиновых изделий / А. И. Лукомская, П. Ф. Баденков, Л. М. Кеперша. – Москва: Химия, 1972. – 359 с.
3. Лыков, А. В. Теория теплопроводности / А. В. Лыков. – Москва: Высшая школа, 1967. – 600 с.

**A.A. Ayaev**  
Cherepovets State University  
**Y.R. Osipov**  
Vologda State University

**NON-STATIONARY HEAT CONDUCTION IN THE ELASTOMER-STEEL SYSTEM DURING  
ELASTOMER THERMAL VULCANIZATION**

Mathematic description of thermal elastomer vulcanization in the elastomer-steel system is a difficult process. The reason is the combination of chemical reactions and physical transformations taking place in the elastomer cover on the steel base. As a result, such description is possible only in a relatively simple situation when the concentration of elastomer free sulfur is low enough and there are no considerable changes of elastomer properties during its vulcanization. The mathematic model being proposed is based on the solution of linear heat conduction equation. The aim of modeling is to improve the organization of thermal vulcanization process in elastomer-steel systems. The mathematic model may be used in the modern engineering practice.

Elastomer-steel system, mathematic description, thermal vulcanization, free sulfur, steel base, linear equation of heat conduction, Laplace transformation.