



ВЫБОР СИСТЕМ ОТСЧЕТА В ЗАДАЧАХ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖУЩИМИСЯ ИНЕРТНЫМИ ОБЪЕКТАМИ

Показано, что при равномерном и прямолинейном движении двух, трех или нескольких свободных инертных тел в одномерном или трехмерном пространстве произвольные инерциальные системы отсчета, в том числе связанные с каждым из движущихся инертных тел, существенно не эквивалентны в части суммарной кинетической энергии, при этом ни одна из этих систем отсчета не представляется уникальной, или выделенной. При необходимости выбора уникальной, или выделенной, инерциальной системы отсчета можно исходить из условия минимума суммарной кинетической энергии движущихся инертных тел в этой системе. При этом уникальной, или выделенной, инерциальной системой отсчета является реликтовая система отсчета, связанная с центром масс движущихся инертных тел и с эпицентром их начального гипотетического взаимодействия. Реликтовые системы отсчета являются расчетными. Тела не обязательно изначально в них взаимодействуют. Применение реликтовых систем отсчета позволяет сохранить баланс между кинетической энергией и произведенной работой. Число инертных тел при расчете реликтовой системы отсчета может быть сколь угодно большим.

Тело, движение, инерциальная система отсчета, кинетическая энергия, центр масс.

Пусть два свободных тела с массами m_1 и m_2 движутся друг относительно друга с постоянной скоростью v .

В инерциальной системе отсчета, связанной с первым телом, суммарная кинетическая энергия тел равна

$$E_{112} = E_{11} + E_{12} = 0 + \frac{m_2 v^2}{2}. \quad (1)$$

В инерциальной системе отсчета, связанной со вторым телом, суммарная кинетическая энергия тел равна

$$E_{212} = E_{21} + E_{22} = \frac{m_1 v^2}{2} + 0. \quad (2)$$

В произвольной (третьей) инерциальной системе отсчета первое тело движется со скоростью v_1 , второе – со скоростью $v_2 = v_1 - v$.

В третьей системе отсчета суммарная кинетическая энергия равна

$$E_{312} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 (v_1 - v)^2}{2}. \quad (3)$$

В части кинетической энергии (1), (2), (3) все три инерциальные системы отсчета существенно не эквивалентны. При этом ни одна из них не представляется уникальной.

При необходимости выбора уникальной инерциальной системы отсчета [1–5] можно исходить из условия минимума величины (3), который определяется следующим образом:

$$\frac{d(E_{312})}{dv_1} = m_1 v_1 + m_2 v_1 - m_2 v = 0. \quad (4)$$

Скорости тел в уникальной системе отсчета равны

$$v_1 = \frac{m_2}{m_2 + m_1} v, \quad v_2 = -\frac{m_1}{m_2 + m_1} v. \quad (5)$$

Взаимодействие двух тел в R^1 . Пусть нулевая (реликтовая) инерциальная система отсчета связана с центром масс двух тел, неподвижных относительно нее и друг друга.

После взаимодействия (например, взрыва) тела имеют количество движения [6–10]:

$$m_1 v_1 = -m_2 v_2 = -m_2 (v_1 - v).$$

Это выражение идентично (4).

Таким образом, уникальной инерциальной системой отсчета является реликтовая, связанная с центром масс тел и с эпицентром взаимодействия, в которой скорости тел после взаимодействия определяются выражениями (5).

О выборе инерциальной системы отсчета для трех свободных тел в R^1 .

Пусть три свободных тела с массами m_1 , m_2 и m_3 движутся друг относительно друга с постоянными скоростями v_{12} , v_{13} и v_{23} . При этом $v_{23} = v_{13} - v_{12}$.

В произвольной (четвертой) инерциальной системе отсчета первое тело движется с постоянной скоростью v_1 , второе – со скоростью $v_2 = v_1 - v_{12}$, третье – со скоростью $v_3 = v_1 - v_{13}$.

В четвертой системе отсчета суммарная кинетическая энергия равна

$$E_{4123} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 (v_1 - v_{12})^2}{2} + \frac{m_3 (v_1 - v_{13})^2}{2}. \quad (6)$$

Минимум величины (6) определяется следующим образом:

$$\frac{d(E_{4123})}{dv_1} = m_1 v_1 + m_2 v_1 - m_2 v_{12} + m_3 v_1 - m_3 v_{13} = 0. \quad (7)$$

Скорости тел в уникальной системе отсчета равны

$$v_1 = \frac{m_2 v_{12} + m_3 v_{13}}{m_1 + m_2 + m_3}, \quad (8)$$

$$v_2 = \frac{m_3 v_{13} - m_1 v_{12} - m_3 v_{12}}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{m_3 v_{23} - m_1 v_{12}}{m_1 + m_2 + m_3}, \quad (9)$$

$$v_3 = \frac{m_2 v_{12} - m_1 v_{13} - m_2 v_{13}}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{-m_1 v_{13} - m_2 v_{23}}{m_1 + m_2 + m_3}. \quad (10)$$

Взаимодействие трех тел в R^1 . Пусть нулевая (реликтовая) инерциальная система отсчета связана с центром масс трех тел, неподвижных относительно нее и друг друга.

После взаимодействия тела имеют количество движения

$$\begin{aligned} & m_1 v_1 + m_2 v_2 + m_3 v_3 = \\ & = m_1 v_1 + m_2 (v_1 - v_{12}) + m_3 (v_1 - v_{13}) = 0. \end{aligned}$$

Это выражение идентично (7).

Таким образом, уникальной инерциальной системой отсчета является реликтовая, связанная с центром масс тел и с эпицентром взаимодействия, в которой скорости тел после взаимодействия определяются выражениями (8)–(10).

Полученный вывод легко обобщается на любое, сколь угодно большое число тел.

О выборе инерциальной системы отсчета для трех свободных тел в R^3 .

Пусть три свободных тела движутся друг относительно друга с постоянными скоростями \mathbf{v}_{12} , \mathbf{v}_{13} и \mathbf{v}_{23} . При этом $\mathbf{v}_{23} = \mathbf{v}_{13} - \mathbf{v}_{12}$.

В произвольной (четвертой) инерциальной системе отсчета первое тело движется с постоянной скоростью \mathbf{v}_1 , второе – со скоростью $\mathbf{v}_2 = \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_{12}$, третье – со скоростью $\mathbf{v}_3 = \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_{13}$.

В четвертой системе отсчета суммарная кинетическая энергия равна

$$\begin{aligned} E_{4123} &= \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_{12})^2}{2} + \frac{m_3 (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_{13})^2}{2} = \\ &= \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 (v_1^2 - 2v_1 v_{12} \cos \varphi_{112} + v_{12}^2)}{2} + \\ &+ \frac{m_3 (v_1^2 - 2v_1 v_{13} \cos \varphi_{113} + v_{13}^2)}{2}, \quad (11) \end{aligned}$$

здесь φ_{ij} – угол между векторами \mathbf{v}_i и \mathbf{v}_{ij} .

Минимум величины (11) определяется следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{d(E_{4123})}{dv_1} &= m_1 v_1 + m_2 v_1 - m_2 v_{12} \cos \varphi_{112} + \\ &+ m_3 v_1 - m_3 v_{13} \cos \varphi_{113} = 0. \quad (12) \end{aligned}$$

Взаимодействие трех тел в R^3 . Пусть нулевая (реликтовая) инерциальная система отсчета связана с центром масс трех тел, неподвижных относительно нее и друг друга.

После взаимодействия тела имеют количество движения

$$m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_{12}) + m_3 (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_{13}) = 0$$

$$m_1 \mathbf{v}_1 \cdot \frac{\mathbf{v}_1}{v_1} + m_2 (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_{12}) \cdot \frac{\mathbf{v}_1}{v_1} + m_3 (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_{13}) \cdot \frac{\mathbf{v}_1}{v_1} = 0.$$

Это выражение идентично (12).

Таким образом, уникальной инерциальной системой отсчета является реликтовая, связанная с центром масс тел и с эпицентром взаимодействия, в которой скорости тел после взаимодействия определяются выражениями

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_1 &= \frac{m_2 \mathbf{v}_{12} + m_3 \mathbf{v}_{13}}{m_1 + m_2 + m_3}, \quad \mathbf{v}_2 = \frac{m_3 \mathbf{v}_{23} - m_1 \mathbf{v}_{12}}{m_1 + m_2 + m_3}, \\ \mathbf{v}_3 &= \frac{-m_1 \mathbf{v}_{13} - m_2 \mathbf{v}_{23}}{m_1 + m_2 + m_3}. \end{aligned}$$

О выборе инерциальной системы отсчета для произвольного числа свободных тел в R^3 .

Пусть произвольное число n свободных тел с массами $m_1, \dots, m_i, \dots, m_n$ движутся друг относительно друга с постоянными скоростями $\mathbf{v}_{12}, \dots, \mathbf{v}_{ij}, \dots, \mathbf{v}_{(n-1)n}$.

При этом $\mathbf{v}_{ij} = \mathbf{v}_{1j} - \mathbf{v}_{1i}$.

В произвольной $(n+1)$ -й инерциальной системе отсчета первое тело движется с постоянной скоростью \mathbf{v}_1 , i -е – со скоростью $\mathbf{v}_i = \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_{1i}$, n -е – со скоростью $\mathbf{v}_n = \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_{1n}$.

В $(n+1)$ -й системе отсчета суммарная кинетическая энергия равна

$$\begin{aligned} E_{(n+1)1+n} &= \frac{m_1 v_1^2}{2} + \sum_{i=2}^n \frac{m_i (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_{1i})^2}{2} = \\ &= \frac{m_1 v_1^2}{2} + \sum_{i=2}^n \frac{m_i (v_1^2 - 2v_1 v_{1i} \cos \varphi_{11i} + v_{1i}^2)}{2}. \quad (13) \end{aligned}$$

Минимум величины (13) определяется следующим образом:

$$\frac{d(E_{(n+1)1+n})}{dv_1} = m_1 v_1 + \sum_{i=2}^n (m_i v_1 - m_i v_{1i} \cos \varphi_{11i}) = 0. \quad (14)$$

Взаимодействие произвольного числа тел в R^3 . Пусть нулевая (реликтовая) инерциальная система отсчета связана с центром масс произвольного числа n свободных тел, неподвижных относительно нее и друг друга.

После взаимодействия тела имеют количество движения

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n m_i \mathbf{v}_i &= m_1 \mathbf{v}_1 + \sum_{i=2}^n m_i (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_{1i}) = 0, \\ m_1 \mathbf{v}_1 \cdot \frac{\mathbf{v}_1}{v_1} &+ \sum_{i=2}^n m_i (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_{1i}) \cdot \frac{\mathbf{v}_1}{v_1} = 0. \end{aligned}$$

Это выражение идентично (14).

Таким образом, уникальной инерциальной системой отсчета является реликтовая, связанная с центром масс тел и с эпицентром взаимодействия. При этом

$$\mathbf{v}_1 = \frac{\sum_{i=2}^n m_i \mathbf{v}_{1i}}{\sum_{i=1}^n m_i}.$$

Заключение

Реликтовые системы отсчета являются расчетными. Тела не обязательно изначально в них взаимодействуют.

Число тел при расчете реликтовой системы отсчета может быть сколь угодно большим.

Литература

1. Попов, И. П. Метод определения скорости волнового электромагнитного импульса / И. П. Попов // Вопросы естествознания. – 2018. – № 1 (15). – С. 23–26.
2. Попов, И. П. Метод определения векторного произведения двух векторов в многомерном пространстве / И. П. Попов // Вопросы естествознания. – 2017. – № 2 (14). – С. 43–50.
3. Попов, И. П. Об одном условии, позволяющем определить векторное произведение двух векторов в R^n / И. П. Попов // Известия Уфимского научного центра РАН. – 2018. – № 1. – С. 11–17. – DOI 10.31040/2222-8349-2018-0-1-11-17
4. Попов, И. П. Операторы типа набла: поверхностный, нулевой и мнимый нулевой / И. П. Попов // Научные ведомости Белгородского государственного университета. Математика. Физика. – 2017. – № 6 (255), вып. 46. – С. 44–53.
5. Попов, И. П. Скалярное и векторное дифференцирование векторов / И. П. Попов // Вестник Волгоградского государственного университета. Серия 1: Математика. Физика. – 2016. – № 3 (34). – С. 19–27. – DOI: <http://dx.doi.org/10.15688/jvolsu1.2016.3.2>
6. Попов, И. П. Степенной ряд мер механического движения / И. П. Попов // Ученые записки Орловского государственного университета. Естественные, технические и медицинские науки. – 2014. – № 6 (62). – С. 37–39.
7. Попов, И. П. О мерах механического движения / И. П. Попов // Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика. – 2014. – № 3 (26). – С. 13–15.
8. Попов, И. П. Меры механического движения с различными степенями скорости / И. П. Попов // Вестник Тверского государственного технического университета. – 2018. – № 1 (33). – С. 49–53.
9. Попов, И. П. Формальное волновое преобразование уравнения прямолинейного равномерного движения инертного тела / И. П. Попов // Вестник Удмуртского университета. Физика и химия. – 2014. – Вып. 1. – С. 58–61.
10. Попов, И. П. Волновые уравнения и меры движения / И. П. Попов // Вестник Удмуртского университета. Физика и химия. – 2014. – Вып. 2. – С. 30–33.

I.P. Popov
Kurgan State University

CHOICE OF COUNTING SYSTEMS IN THE PROBLEMS OF MANAGING THE MOVING INERT OBJECTS

It is shown that for uniform and rectilinear motion of two, three or several free inert bodies in one-dimensional or three-dimensional space, arbitrary inertial frames of reference, including those associated with each of the moving inert bodies, are not substantially equivalent in the part of the total kinetic energy. In this case, none of these frames of reference is not unique or distinguished. If it is necessary to choose a unique or selected inertial reference frame, one can start from the condition of a minimum of the total kinetic energy of the moving inert bodies in this system. In this case, a unique or distinguished inertial reference system is a relict reference frame connected with the center of masses of the moving inert bodies and with the epicenter of their initial hypothetical interaction. Relict systems of reference are calculated. The bodies do not necessarily interact with them in the first place. The use of relict reference systems allows you to maintain a balance between kinetic energy and the work done. The number of inert bodies in calculating the relict frame of reference can be arbitrarily large.

Body, motion, inertial reference system, kinetic energy, center of mass.