# УДК 621.311(075)



# СТРУКТУРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И АНАЛИЗ СТАТИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Рассмотрены вопросы моделирования и анализа статической устойчивости электроэнергетических систем на основе уравнений квазистационарных режимов синхронных машин на основе уравнений Парка–Горева. Разработана структурная схема диссипативной модели неявнополюсной синхронной машины без демпферных обмоток с автоматическим регулятором возбуждения, работающей на статическую нагрузку. Предложена диссипативная модель неявнополюсной синхронной машины без демпферных обмоток, работающей на асинхронной машины без демпферных обмоток, работающей на асинхронной нагрузку. Рассмотрен практический пример диссипативной модели генератора, снабженного автоматическим регулятором возбуждения, работающего на двигательную нагрузку. С помощью программного обеспечения получены осциллограммы переходных процессов.

Структурное моделирование, статическая устойчивость, электроэнергетическая система.

Электрическая система представляет собой сложную регулируемую систему, переходные процессы в которой описываются системой дифференциальных уравнений высокого порядка. Поэтому целесообразно прибегать к структурному изображению системы, в котором, в отличии от схемы замещения, внимание обращено на взаимную связь элементов (типовых звеньев), а не на их содержание.

Структурная схема позволяет выделить объект регулирования, регулятор, внутренние и внешние обратные связи, что делает более наглядным изучение влияния взаимодействия элементов системы на её устойчивость и переходные процессы. Одновременно структурные схемы выявляют ряд общих черт в задачах, которые будучи описаны в виде дифференциальных уравнений были бы незаметны, и не позволили бы установить некоторые общие закономерности. Применение структурных схем для анализа переходные процессов в электрических системах целесообразно ещё и по причине большого количества наработок программного продукта для структурного анализа процессов автоматически регулируемых технических систем [8].

Очевидно, что математическая модель должна быть адекватна тем физическим процессам, которые она описывает. Однако, чем выше степень адекватности, тем более сложна модель. В инженерной практике часто опираются на упрощенные математические модели, охватывающие наиболее существенные составляющие интересующего движения.

Очевидно, что электромагнитный момент генератора, момент турбины, ЭДС генератора, индуктивные сопротивления цепи статора генератора зависят от частоты в энергосистеме. Для схемы, изображенной на рис. 1, возможно построить математическую модель, используя уравнения квазистационарных режимов синхронных машин на основе уравнений Парка–Горева.

Математическая модель будет представлять собой систему уравнений, включающую уравнения напряжения и частоты в узле подключения нагрузки, а также уравнения напряжения на зажимах генератора. В результате имеем следующую систему уравнений [2, 5, 6]:

$$\frac{T_{J}}{\omega_{6}}\frac{d\omega}{dt} + M = M_{T};$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega - \omega_{u};$$

$$M = \frac{E_{q}I_{q}}{\omega} = f(E_{q}, I_{q}, \omega);$$

$$M_{T} = W_{APC}(P)\omega = f(\omega);$$

$$E_{q} = i_{B}K_{H}\omega = f(i_{B}, \omega);$$

$$i_{B} = W_{B}(P)U_{B} + W_{d}(P)I_{d} = f(U_{B}, I_{d});$$

$$I_{d} = \frac{E_{q}}{\omega x_{d\Sigma0}} - \frac{U}{\omega_{u}x_{d\Sigma0}}\cos\delta = f(E_{q}, \omega, \delta, U, \omega_{u});$$

$$I_{q} = \frac{U}{\omega_{u}x_{d\Sigma0}}\sin\delta = f(U, \delta, \omega_{u});$$

$$U = \frac{E_{q}R_{H}}{\omega x_{d\Sigma0}}\sin\delta = f(E_{q}, \delta, \omega);$$

$$\omega_{u} = R_{H}tg\delta\frac{x_{H0}\cdot x_{d\Sigma0}}{x_{H0} + x_{d\Sigma0}} = f(\delta);$$

$$= \sqrt{\left(E_{q} - I_{d}x_{d\Sigma0}\omega\right)^{2} + \left(U\sin\delta\frac{x_{d0}}{x_{d\Sigma0}}\right)^{2}} = f(E_{q}, I_{d}, \delta, \omega, U).$$



 $U_{\Gamma}$  :

Рис. 1. Однолинейная схема и схема замещения генератора с АРВ, работающего на статическую нагрузку

Для построения структурной схемы запишем систему (1) в операторном виде в отклонениях. Приращение тока возбуждения запишем с учетом уравнения:

$$\Delta i_{B} = \frac{K_{u}K_{y}}{R_{B}(1+T_{B}P)} \cdot (-\Delta U_{\Gamma}) + \frac{K_{3}P}{R_{B}(1+T_{B}P)} \Delta I_{d}.$$
(2)  
$$\begin{cases} \frac{T_{J}}{\omega_{6}} P \Delta \omega = \Delta M_{T} - \Delta M; \\ P \Delta \delta = \Delta \omega - \omega_{u}; \\ \Delta M = \alpha_{1}\Delta E_{q} + \alpha_{2}\Delta I_{q} + \alpha_{3}\Delta \omega; \\ \Delta M_{T} = -\frac{K_{\omega}}{1+T_{\omega}P} \\ \Delta i_{B} = -\frac{K_{u}K_{y}}{R_{B}(1+T_{B}P)} \Delta U_{\Gamma} + \frac{K_{H}P}{R_{B}(1+T_{B}P)} \Delta I_{d}; \\ \Delta E_{q} = \alpha_{4}\Delta \omega + K_{H}\omega_{0}\Delta i_{B} \\ \Delta I_{d} = \alpha_{5}\Delta E_{q} + \alpha_{6}\Delta \omega + \alpha_{7}\Delta\delta + \alpha_{8}\Delta U + \alpha_{9}\Delta \omega_{u}; \\ \Delta I_{q} = \alpha_{10}\Delta U + \alpha_{11}\Delta\delta + \alpha_{12}\Delta \omega_{u}; \\ \Delta U = \beta_{1}\Delta E_{q} + \beta_{2}\Delta\delta + \beta_{3}\Delta \omega; \\ \Delta \omega_{u} = \alpha_{13}\Delta\delta; \\ \Delta U_{\Gamma} = c_{1}\Delta E_{q} + c_{2}\Delta I_{d} + c_{3}\Delta\delta + c_{4}\Delta\omega + c_{5}\Delta U. \end{cases}$$

Оснастим генератор автоматическим регулятором возбуждения (АРВ) сильного действия (рис. 2) [7].



Рис. 2. Структурная схема регулятора возбуждения сильного действия

Возбуждение регулируется по отклонению напряжения, для стабилизации применяются каналы регулирования по производной этого напряжения, его частоте и по производной частоты. В структурной схеме учтены запаздывания в отдельных элементах, гибкая обратная связь используется для коррекции характеристик магнитного усилителя. Диссипативная модель неявнополюсной синхронной машины без демпферных обмоток с APB, работающей на статическую нагрузку модель, адекватная системе уравнений (3), приведена в [1], а значения ее коэффициентов составляют:

$$\begin{aligned} \alpha_{1} &= \frac{\partial M}{\partial E_{q}} = \frac{l_{q0}}{u_{0}} = \frac{\sin\delta_{0}}{x_{d\Sigma0}}; \\ \alpha_{2} &= \frac{\partial M}{\partial u_{0}} = -E_{q0} \frac{l_{q0}}{u_{0}^{2}} = -\alpha_{1}\alpha_{2}; \\ \alpha_{4} &= \frac{\partial E_{q}}{\partial \omega} = i_{B0}K_{H} = \frac{E_{q0}}{\omega_{0}} = \alpha_{2}; \\ \alpha_{5} &= \frac{\partial I_{d}}{\partial E_{q}} = \frac{1}{\omega_{0}x_{d\Sigma0}} = \frac{1}{x_{d\Sigma0}}; \\ \alpha_{6} &= \frac{\partial I_{d}}{\partial \omega} = -\frac{\partial I_{d}}{\partial \omega_{0}^{2}x_{d\Sigma0}} = -\alpha_{2}\alpha_{5}; \\ \alpha_{7} &= \frac{\partial I_{d}}{\partial \delta} = \frac{U_{0}\sin\delta_{0}}{\omega_{u0}x_{d\Sigma0}} = \alpha_{5}\sin\delta_{0}; \\ \alpha_{8} &= \frac{\partial I_{d}}{\partial U} = -\frac{\cos\delta_{0}}{\omega_{u0}x_{d\Sigma0}} = -\alpha_{5}\cos\delta_{0}; \\ \alpha_{9} &= \frac{\partial I_{d}}{\partial \omega_{u}} = \frac{U_{0}\cos\delta_{0}}{\omega_{u}^{2}\omega_{d\Sigma0}} = -\alpha_{8}; \\ \alpha_{11} &= \frac{\partial I_{q}}{\partial \delta} = \frac{U_{0}\cos\delta_{0}}{\omega_{u0}x_{d\Sigma0}} = \alpha_{9}; \\ \alpha_{12} &= \frac{\partial I_{q}}{\partial \omega_{u}} = -\frac{U_{0}\sin\delta_{0}}{\omega_{u}^{2}\omega_{d\Sigma0}} = -\alpha_{1}; \\ \alpha_{13} &= \frac{\partial \omega_{u}}{\partial \delta} = \frac{R_{H}(x_{H0} + x_{d\Sigma0})}{x_{H0}x_{d\Sigma0}cos^{2}\delta_{0}}; \\ \beta_{1} &= \frac{\partial U}{\partial \omega} = -\frac{E_{q0}R_{H}\sin\delta_{0}}{\omega_{0}^{2}x_{d\Sigma0}} = R_{H}\alpha_{1}; \\ \beta_{2} &= \frac{\partial U}{\partial \delta} = \frac{E_{q0}R_{H}\cos\delta_{0}}{\omega_{0}x_{d\Sigma0}} = R_{H}\alpha_{2}\alpha_{9}; \\ \beta_{3} &= \frac{\partial U}{\sqrt{A_{0}^{2} + B_{0}^{2}}}; \\ c_{1} &= -\frac{A_{0}}{\sqrt{A_{0}^{2} + B_{0}^{2}}}; \\ c_{2} &= -c_{1}x_{d0}; \\ c_{3} &= \frac{U_{0}\sin\delta_{0}x_{d0}}{x_{d\Sigma0}}; \\ I_{d0} &= \frac{E_{q0}}{x_{d\Sigma0}} - \frac{U_{0}\cos\delta_{0}}{x_{d\Sigma0}}. \end{aligned}$$

Несомненно, модель представляет достаточно сложную систему с большим количеством обратных связей. Следует отметить, что не все связи равнозначны по своей величине. Так, связи по скоростям  $\Delta \omega$  и  $\Delta \omega_{u}$  можно считать слабыми. Однако, их влияние на устойчивость может быть различной в зависимости от того, как проявляют действия другие связи. В случае автономной нагрузки генератора при отсутствии АРС эти слабые связи являются определяющими. Другое значение они имеют, если СМ работает на систему бесконечной мощности. В этом случае решающее значение на устойчивость нерегулируемой машины имеет связь по углу  $\Delta\delta$ , переходящая в связи по токам  $\Delta I_d$  и  $\Delta I_q$ . Связи по скоростям тоже имеют определённое значение, особенно для машин без демпферных контуров.

Гибкая положительная связь по току  $\Delta I_d$  через дифференцирующее звено  $W_d(P)$ , отражающая влияние тока статора на ток возбуждения, представляет собой действующий в переходных режимах внутренний регулятор возбуждения машины. При увеличении продольной составляющей тока нагрузки он увеличивает возбуждение машины, оказывая существенное влияние на ее устойчивость. Следует отметить, что указанная гибкая обратная связь при определенных условиях вызывает неустойчивость, характерную для электрической части структурной схемы.

Действительно, предположим, что машина включена только на индуктивную нагрузку и вращается с постоянной скоростью. Тогда:

$$E_q = K_H i_B \omega = K_H \omega [W_B(P)U_B + W_d(P)I_d];$$
  

$$I_d = E_q/(x_d + x_H).$$

Решив эти уравнения относительно Е<sub>q</sub>, получаем

$$E_q = \frac{K_H \omega U_B / R_B}{T_{d0} P \frac{x'_d + x_H}{x_d + x_H} + 1}$$

Отсюда следует, что гибкая обратная связь  $W_d(P)$ вызывает самовозбуждение, если  $x_H$  принимает отрицательные значения, то есть, если генератор включен на емкостную нагрузку, величина которой лежит в пределах  $x'_d < x_H < x_d$ . Явление самовозбуждения можно объяснить присутствием соответствующих положительных обратных связей.

Рассмотрим диссипативную структурную модель неявнополюсной синхронной машины без демпферных обмоток, работающей на асинхронную нагрузку. Схема замещения, применительно к которой будем строить модель, приведена на рис. 3.



Рис. 3. Схема замещения одномашинной системы с регулируемым генератором

В качестве модели асинхронного двигателя возьмём простейшую, схема замещения которой приведена на рис. 4 [3].



Рис. 4. Схема замещения асинхронного электродвигателя

В соответствии со схемой замещения рис. 4 активная и реактивная мощности двигателя выражаются известными зависимостями:

$$P_{\partial} = U^2 \frac{R_{\partial} s}{R^2 + X_{\partial}^2 s^2};$$
(5)

$$Q_{\mu} = U^2 \left( \frac{1}{X_{\mu}} + \frac{X_{\mu} s^2}{R_{\mu}^2 + X_{\mu}^2 s^2} \right).$$
(6)

Здесь скольжение  $s = \frac{\omega_u - \omega_{\mu}}{\omega_u};$ индуктивность намагничивания  $X_{\mu} = X_{\mu 0} \frac{\omega_u}{\omega_0}; X_{\mu} = X_{\mu 0} \frac{\omega_u}{\omega_0};$ 

Параметры  $X_{\mu 0}, X_{d 0}$  заданы для номинальной частоты  $\omega_0$ .

Переменными в уравнениях (5) и (6) являются  $U, \omega_u, \omega_{д}$ . Линеаризуя выражения для активной и реактивной мощностей, получим:

$$\begin{cases} \Delta P_{\mu} = \frac{\partial P_{\mu}}{\partial U} \Delta U + \frac{\partial P_{\mu}}{\partial \omega_{u}} \Delta \omega_{u} + \frac{\partial P_{\mu}}{\partial \omega_{\mu}} \Delta \omega_{\mu}; \\ \Delta Q_{\mu} = \frac{\partial Q_{\mu}}{\partial U} \Delta U + \frac{\partial Q_{\mu}}{\partial \omega_{u}} \Delta \omega_{u} + \frac{\partial Q_{\mu}}{\partial \omega_{\mu}} \Delta \omega_{\mu}. \end{cases}$$
(7)

Частные производные в (7) находятся на основании выражений (5) и (6) для исходного режима с частотой сети, равной  $\omega_0$ :

$$\begin{cases} \frac{\partial P_{A}}{\partial U} = \frac{2P_{A0}}{U_{0}}; \ \frac{\partial P_{A}}{\partial \omega_{u}} = -\frac{P_{A0}}{U_{0}} \left(1 - \frac{\cos 2\varphi_{20}}{s}\right); \ \frac{\partial P_{A}}{\partial \omega_{\mu}} = -\frac{P_{A0}}{\omega_{0}s_{0}} \cos 2\varphi_{20}; \\ \frac{\partial Q_{A}}{\partial U} = \frac{2Q_{A0}}{U_{0}}; \ \frac{\partial Q_{A}}{\partial \omega_{u}} = -\frac{Q_{A0}}{\omega_{0}} + \frac{P_{A0}}{\omega_{0}s_{0}} \sin 2\varphi_{20}; \ \frac{\partial Q_{A}}{\partial \omega_{\mu}} = -\frac{P_{A0}}{\omega_{0}s_{0}} \sin 2\varphi_{20}. \end{cases}$$
(8)

В выражениях (8):

$$\sin 2\varphi_2 = \frac{2R_{\mu}X_{\mu}s}{R_{\mu}^2 + X_{\mu}^2s^2}; \ \cos 2\varphi_2 = \frac{R_{\mu}^2 - X_{\mu}^2s^2}{R_{\mu}^2 + X_{\mu}^2s^2}$$

Для получения отклонения частоты двигателя  $\Delta \omega_{\rm d}$  воспользуемся уравнением движения ротора двигателя:

$$J_{\mu}P\Delta\omega_{\mu} + \Delta M_{\rm Mex} = \Delta M_{\mu}.$$
 (9)

На основании статической моментно-скоростной характеристики вращаемого двигателем механизма:

$$\Delta M_{\rm Mex} = \frac{\partial M_{\rm Mex}}{\partial \omega_{\rm g}} \Delta \omega_{\rm g}.$$
 (10)

Мощность, выделяемая в роторе двигателя:

$$P_{\rm pot} = sP_{\rm d}.$$

Поэтому, если пренебречь потерями в статоре, электромагнитный момент асинхронного двигателя можно записать в виде:

$$M_{\rm A} = \frac{P_{\rm A} - P_{\rm por}}{\omega_{\rm A}} = \frac{P_{\rm A}(1-s)}{\omega_{\rm A}} = \frac{P_{\rm A}}{\omega_{\rm u}} = f(P_{\rm A}, \omega_{\rm u}).$$

Следовательно, в отклонениях:

....

$$\Delta M_{\mu} = \frac{\partial M_{\mu}}{\partial P_{\mu}} \Delta P_{\mu} + \frac{\partial M_{\mu}}{\partial \omega_{u}} \Delta \omega_{u} =$$
$$= \frac{1}{\omega_{0}} \Delta P_{\mu} - \frac{P_{\mu 0}}{\omega_{0}^{2}} \Delta \omega_{u}.$$
(11)

~ • •

Формулы (9) – (11) совместно с первым уравнением (7) позволяют получить выражения для искомого отклонения частоты двигателя:

$$\Delta\omega_{\rm A} = \frac{\frac{\partial P_{\rm A}}{\partial U} \Delta U + \left(\frac{\partial P_{\rm A}}{\partial \omega_{u}} - \frac{P_{\rm A0}}{U_0}\right) \Delta\omega_{u}}{\omega_0 J_{\rm A} P + \omega_0 \frac{\partial M_{\rm Mex}}{\partial \omega_{\rm A}} - \frac{\partial P_{\rm A}}{\partial \omega_{\rm A}}}.$$
 (12)

Преобразуем (4.26) к виду:

$$\Delta \omega_{\mu} = \frac{K_{\mu 1}}{1 + T_{\mu} P} \Delta U + \frac{K_{\mu 2}}{1 + T_{\mu} P} \Delta \omega_{u}, \qquad (13)$$

где 
$$K_{д1} = \frac{\partial U}{\left(\omega_0 \frac{\partial M_{\text{mex}}}{\partial \omega_{\mu}} - \frac{\partial P_{\mu}}{\partial \omega_{\mu}}\right)};$$

$$\begin{split} K_{\mu 2} &= \left(\frac{\partial P_{\mu}}{\partial \omega_{u}} - \frac{P_{\mu 0}}{U_{0}}\right) / \left(\omega_{0} \frac{\partial M_{\text{Mex}}}{\partial \omega_{\mu}} - \frac{\partial P_{\mu}}{\partial \omega_{\mu}}\right);\\ T_{\mu} &= \omega_{0} J_{\mu} / \left(\omega_{0} \frac{\partial M_{\text{Mex}}}{\partial \omega_{\mu}} - \frac{\partial P_{\mu}}{\partial \omega_{\mu}}\right). \end{split}$$

Отклонение напряжения  $\Delta U$  и частоты  $\Delta \omega_u$  в узле подключения нагрузки найдем из условия баланса активной и реактивной мощности.

Внешняя активная и реактивная мощности генератора определяются известными выражениями.

Если пренебречь активным сопротивлением в цепи статора генератора:

$$\begin{cases}
P' = \frac{E_q U}{x_{d\Sigma(\omega)}} \sin\delta; \\
Q' = -\frac{U^2}{x_{d\Sigma(\omega_u)}} + \frac{E_q U}{x_{d\Sigma(\omega)}} \cos\delta.
\end{cases}$$
(14)

Отклонения напряжения  $\Delta U$  определим через баланс активнях токов:

$$I_{A\Gamma} = \frac{P'}{U} = \frac{E_q}{x_{d\Sigma}(\omega)} sin\delta;$$
  

$$I_{A\Pi} = U \frac{\frac{R_{\Pi} - \omega_{U}}{\omega_{U}}}{\frac{R_{\Pi} + X_{\Pi}^2 (\omega_{U})}{\omega_{U}}^2 \cdot \left(\frac{\omega_{U} - \omega_{\Pi}}{\omega_{U}}\right)^2}.$$

Откуда:

$$U = \frac{E_q \sin\delta}{x_{d\Sigma} \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)} \cdot \frac{R_{\beta}^2 + X_{\beta 0}^2 \left(\frac{\omega_u}{\omega_0}\right)^2 \cdot \left(\frac{\omega_u - \omega_{\beta}}{\omega_u}\right)^2}{R_{\beta} \frac{\omega_u - \omega_{\beta}}{\omega_u}} = f(E_q, \delta, \omega, \omega_u, \omega_{\beta}).$$
(15)

Отклонение напряжения  $\Delta U$  в узле подключения нагрузки:

$$\Delta U = \frac{\partial U}{\partial E_q} \Delta E_q + \frac{\partial U}{\partial \delta} \Delta \delta + \frac{\partial U}{\partial \omega} \Delta \omega + \frac{\partial U}{\partial \omega_u} \Delta \omega_u + \frac{\partial U}{\partial \omega_a} \Delta \omega_a =$$
$$= \beta_1 \Delta E_q + \beta_2 \Delta \delta + \beta_3 \Delta \omega + \beta_4 \Delta \omega_u + \beta_5 \Delta \omega_a. \tag{16}$$

Частные производные в выражении (16) вычислим для установившегося режима  $\omega = \omega_u = \omega_0 = 1; \delta = \delta_0; s = s_0; E_q = E_{q0}:$ 

$$\begin{cases} \beta_{1} = \frac{\partial U}{\partial E_{q}} = \frac{\sin \delta_{0}}{x_{d\Sigma0}} A_{0}, \text{ rge } A_{0} = \frac{R_{A}^{2} + X_{A0}^{2} s_{0}^{2}}{R_{A} s_{0}}; \\ \beta_{2} = \frac{\partial U}{\partial \delta} = \frac{E_{q0} \cos \delta_{0}}{x_{d\Sigma0}} A_{0}; \beta_{3} = \frac{\partial U}{\partial \omega} = -\frac{E_{q0} \sin \delta_{0}}{x_{d\Sigma0}} A_{0}; \\ \beta_{4} = \frac{\partial U}{\partial \omega_{u}} = \frac{E_{q0} \sin \delta_{0}}{x_{d\Sigma0}} \cdot \frac{2X_{A0}^{2} R_{A} s_{0}^{2} - R_{A} \omega_{A0} (R_{A}^{2} + X_{A0}^{2} s_{0}^{2})}{R_{A}^{2} s_{0}^{2}}; \\ \beta_{5} = \frac{\partial U}{\partial \omega_{A}} = \frac{E_{q0} \sin \delta_{0}}{x_{d\Sigma0}} \cdot \frac{-2X_{A0}^{2} R_{A} s_{0}^{2} - R_{A} \omega_{A0} (R_{A}^{2} + X_{A0}^{2} s_{0}^{2})}{R_{A}^{2} s_{0}^{2}}. \end{cases}$$
(17)

Отклонения частоты в узе подключения нагрузки выведем из баланса реактивных токов

$$I_{\mathrm{P}\Gamma} = -\frac{U}{x_{d\Sigma 0}\omega_{u}} + \frac{E_{q0}}{x_{d\Sigma 0}\omega}\cos\delta; I_{\mathrm{P}\mathrm{A}} = U\left(\frac{1}{x_{\mu 0}\omega_{u}} + \frac{x_{\mathrm{A}0}(\omega_{u}-\omega_{\mathrm{A}})^{2}}{\omega_{u}\left[R_{\mathrm{A}}^{2} + x_{\mathrm{A}0}^{2}(\omega_{u}-\omega_{\mathrm{A}})^{2}\right]}\right).$$

Приравнивая токи и подставляя значение U из выражения (15), получаем:

$$\omega_{u} = \omega_{\mu} + \frac{R_{\mu}ctg\delta}{2(FX_{\mu0}^{2} + X_{\mu0})} \pm \\ \pm \sqrt{\left(\omega_{\mu} + \frac{R_{\mu}ctg\delta}{2(FX_{\mu0}^{2} + X_{\mu0})}\right)^{2} - \left(\omega_{\mu}^{2} + \omega_{\mu}\frac{R_{\mu}ctg\delta}{FX_{\mu0}^{2} + X_{\mu0}} + \frac{FR_{\mu}^{2}}{FX_{\mu0}^{2} + X_{\mu0}}\right)} = \\ = f(\omega_{\mu}, \delta), \qquad (18)$$
  
rge  $F = \frac{1}{X_{\mu0}} + \frac{1}{X_{d\Sigma0}}.$ 

Отклонение частоты:

$$\Delta\omega_{u} = \frac{\partial\omega_{u}}{\partial\omega_{\mu}}\Delta\omega_{\mu} + \frac{\partial\omega_{u}}{\partial\delta}\Delta\delta\gamma_{1}\Delta\omega_{\mu} + \gamma_{2}\Delta\delta, \quad (19)$$

где

$$\begin{split} \gamma_{1} &= \frac{\partial \omega_{u}}{\partial \omega_{A}} = 1; \\ \gamma_{2} &= \frac{\partial \omega_{u}}{\partial \delta} = -\frac{B_{0}}{\sin^{2} \delta_{0}} \pm \frac{0.5 \left[ 2 \left( \omega_{A0} + B_{0} ctg \delta_{0} \right) \frac{-B_{0}}{\sin^{2} \delta_{0}} + \frac{2B_{0} \omega_{A0}}{\sin^{2} \delta_{0}} \right]}{C}, \end{split}$$
(20)  
r\_{A} P\_{0} &= 0.5  $\frac{R_{A}}{FX_{A0}^{2} + X_{A0}}; \\ C &= \sqrt{\left( \omega_{A0} + B_{0} ctg \delta_{0} \right)^{2} - \left( \omega_{A0}^{2} + 2\omega_{A0} B_{0} ctg \delta_{0} + 2FB_{0} R_{A} \right)}. \end{split}$ 

Напряжения на зажимах генератора найдем из векторной диаграммы неявнополюсной синхронной машины.

$$U_{\Gamma} = \sqrt{\left(E_q - I_d x_d\right)^2 + \left(U \sin \delta \frac{x_d}{x_{d\Sigma}}\right)^2} = f(E_q, I_d, \delta, \omega, U).$$

Отклонение напряжения  $\Delta U_{\Gamma}$  вычислим для установившегося режима работы:

$$\begin{split} \Delta U_{\Gamma} &= \frac{\partial U_{\Gamma}}{\partial E_{q}} \Delta E_{q} + \frac{\partial U_{\Gamma}}{\partial I_{d}} \Delta I_{d} + \frac{\partial U_{\Gamma}}{\partial \omega} \Delta \omega + \frac{\partial U_{\Gamma}}{\partial \delta} \Delta \delta + \frac{\partial U_{\Gamma}}{\partial U} \Delta U = \\ &= c_{1} \Delta E_{q} + c_{2} \Delta I_{d} + c_{3} \Delta \omega + c_{4} \Delta \delta + c_{5} \Delta U. \end{split}$$

Учитывая результаты, полученные ранее, замкнутая система уравнений, позволяющая построить структурную схему, имеет вид:

$$\begin{cases} \frac{T_{I}}{\omega_{6}}P\Delta\omega = \Delta M_{T} - \Delta M; \\ P\Delta\delta = \Delta\omega - \Delta\omega_{u}; \\ \Delta M = \alpha_{1}\Delta E_{q} + \alpha_{2}\Delta I_{q} + \alpha_{3}\Delta\omega; \\ \Delta M_{T} = -\frac{K_{\omega}}{1 + T_{\omega}P}; \\ \Delta E_{q} = \alpha_{4}\Delta\omega - \frac{K_{0}}{1 + T_{B}P}\Delta U_{\Gamma} + \frac{K_{3}P}{1 + T_{B}P}\Delta I_{d}; \\ \Delta I_{d} = \alpha_{5}\Delta E_{q} + \alpha_{6}\Delta\omega + \alpha_{7}\Delta U + \alpha_{8}\Delta\delta + \alpha_{9}\Delta\omega_{u}; \\ \Delta I_{q} = \alpha_{10}\Delta U + \alpha_{11}\Delta\delta + \alpha_{12}\Delta\omega_{u}; \\ \Delta U = \beta_{1}\Delta E_{q} + \beta_{2}\Delta\delta + \beta_{3}\Delta\omega + \beta_{4}\Delta\omega_{u} + \beta_{5}\Delta\omega_{d}; \\ \Delta\omega_{u} = \gamma_{1}\Delta\omega_{d} + \gamma_{2}\Delta\delta; \\ \Delta\omega_{\mu} = \frac{K_{\mu1}}{1 + T_{\mu}P}\Delta U + \frac{K_{\mu2}}{1 + T_{\mu}P}\omega_{u}; \\ \Delta U_{\Gamma} = C_{1}\Delta E_{q} + C_{2}\Delta I_{d} + C_{3}\Delta\delta + C_{4}\Delta\omega + C_{5}\Delta U. \end{cases}$$

Диссипативная модель неявнополюсной синхронной машины без демпферных обмоток, работающей на асинхронную нагрузку и адекватная уравнениям (21) приведена в [1].

В системе уравнений (21) коэффициенты  $\alpha_i, c_i$ вычисляются по формулам (4), коэффициенты  $\beta_i$  по формулам (17), коэффициенты  $\gamma_i$  по формулам (20).

При работе генератора на обобщенную нагрузку, то есть когда часть нагрузки двигательная, а часть статическая, структурная модель остается без изменений, меняются лишь выражения для вычисления приращения напряжения и частоты в узле подключения нагрузки. В случае, когда статическая нагрузка является чисто индуктивной выражения для вычисления приращения напряжения в узле  $\Delta U$  (18) остается без изменений, а в выражении для вычисления приращения частоты в узле подключения нагрузки (20) меняется значение коэффициента F. С учетом статической нагрузки  $F = \frac{1}{x_{\mu 0}} + \frac{1}{x_{d \Sigma 0}} + \frac{1}{x_{CH0}}$ , где  $x_{CH0}$  – индуктивное сопротивление статической нагрузки на частоте  $\omega_0$ .

Рассмотрим в качестве практического примера диссипативную модель генератора, снабженного APB сильного действия, работающего на двигательную нагрузку рис. 5.

Элементы электропередачи имеют следующие параметры:

G: 
$$S_{H\Gamma} = 7,5 MB \cdot A; U_H = 6.3 \kappa B;$$
  
 $x'_d = 0.17; x_d = 1.65; T_I = 4.3 c;$ 

Сеть: воздушная линия; *l*=10 км;

АД: 
$$P_{ДH} = 5 MBm; \cos \varphi_H = 0,86; s_H = 0,01;$$
  
 $S_{H\mathcal{I}} = 5,8 MB \cdot A; U_{H\mathcal{I}} = 6 \kappa B.$ 

Расчеты проведем в относительной системе единиц, приняв за базисные величины номинальные параметры двигателя.

$$x'_{d_{*\tilde{o}}} = 0,145; \ x_{d_*} = 1,4; \ T_{J_{*\tilde{o}}} = 4,6 \ c; \ x_{J_{*\tilde{o}}} = 0,64;$$
  
 $x_{d\Sigma 0_*} = 1.4 + 0.64 = 2.04.$ 

Генератор работает с коэффициентом мощности нагрузки.

$$E_{q0} = \sqrt{(1 + x_{d\Sigma 0} sin\varphi)^2 + (x_{d\Sigma 0} cos\varphi)^2} =$$
$$= \sqrt{2,082^2 + 1,754^2} = 2,72.$$
$$\delta_0 = arctg \frac{1.754}{2.082} = 40°30'.$$



Рис. 5. Однолинейная схема и схема замещения



Рис. 6. Переходные процессы в одномашинной регулируемой системе с двигательной нагрузкой

Вычислим параметры схемы замещения двигателя рис. 4.

Положим  $R_{\partial} = s_0 = 0,01$ . Из уравнений (5) и (6) определим  $X_{\mu 0}$  и  $X_{\partial 0}$ :  $X_{\mu 0} = 2,85$ ;  $X_{\partial 0} = 0,163$ .

По уравнениям (4) вычислим коэффициенты  $\alpha_i, c_i$ :

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= 0.32; \ \alpha_2 &= 2.72; \ \alpha_3 &= -0.87; \\ \alpha_4 &= 2.72; \ \alpha_5 &= 0.49; \\ \alpha_6 &= -1.33; \ \alpha_7 &= 0.32; \ \alpha_8 &= -0.37; \\ \alpha_9 &= 0.37; \ \alpha_{10} &= 0.32; \\ \alpha_{11} &= 0.37; \ \alpha_{12} &= -0.32; \\ c_1 &= 0.95; \ c_2 &= -1.33; \ c_3 &= 0.16; \\ c_4 &= -1.28; \ c_5 &= 0.137. \end{aligned}$$

Используя уравнения (17) определим коэффициенты  $\beta_i$ :

$$\beta_1 = 0.26; \beta_2 = 1,225;$$
  
 $\beta_3 = -0,727; \beta_4 = -68; \beta_5 = -76.$ 

С учетом выражения (20) вычислим коэффициенты  $\gamma_i$ :

$$\gamma_1 = 1; \ \gamma_2 = -3.4.$$

Определим приращение частоты двигателя  $\Delta \omega_{\partial}$ . В соответствии с выражениями (8) вычислим частные производные в именованных единицах

$$\frac{\partial P_{\partial}}{\partial U} = 1,67 \cdot 10^3; \ \frac{\partial P_{\partial}}{\partial \omega_u} = -78 \cdot 10^3; \ \frac{\partial P_{\partial}}{\partial \omega_{\partial}} = -1.5 \cdot 10^6.$$

После подстановки частных производных в выражение (12), чтобы выразить постоянную времени в секундах, умножим числитель и знаменатель на отношение  $\frac{\omega_0}{P_{\mu\partial}}$ . Примем моментно-скоростную характеристику вращаемого двигателем механизма  $M_{MEX} = -0.0009 P_{\mu\partial} \omega_{\partial}$ .

В результате получим:

$$\Delta \omega_{\partial} = \frac{0.021}{1+0.22P} \Delta U + \frac{0.98}{1+0.22P} \Delta \omega_{u}.$$

Переходные процессы в одномашинной регулируемой системе, полученные с помощью программного комплекса «Анализ систем 3.1» приведены на рис. 6 [4].

Для сравнения приведем переходные процессы в одномашинной регулируемой системе, работающей на статическую нагрузку (рис. 7).



Рис. 7. Переходные процессы в одномашинной регулируемой системе со статической нагрузкой

Мощность статической нагрузки примем равной мощности АД

$$S_{*6CH} = 0,86 + j0,51;$$
  
$$Z = \frac{U^2}{S_H^2} (P_H + jQ_H) = 0,86 + j0,51 = R + jX.$$

 $R_H$  и  $X_H$  в схеме равны соответственно

$$R_H = \frac{R^2 + X^2}{R} = \frac{1}{0,86} = 1,6;$$
  
$$X_H = \frac{R^2 + X^2}{X} = \frac{1}{0.51} = 1,96.$$

*α*<sub>13</sub> в модели составляет:

 $\alpha_{13} = \frac{R_H X_{H0} x_{d\Sigma 0}}{(X_{H0} + x_{d\Sigma 0}) \cos^2 \delta_0} = \frac{1.6 \cdot 1.96 \cdot 2.04}{(1.096 + 2.04) \cdot 0.86^2} = 1.57.$ 

Параметры регуляторов:

$$\begin{split} & K_1{=}0{,}2; \ K_2{=}0{,}2; \ K'_U{=}{-}10; \\ & K_{\omega 1}{=}10; \ K_4{=}0{,}03; \ K_5{=}40; \ K_6{=}0{,}07; \ K_7{=}0{,}15; \\ & \mu{\cdot}\eta{=}0{.}1; \ \ K_\omega{=}2; \ \ T_1{=}0{,}03; \\ & T_2{=}0{,}06; \ T_B{=}9{.}5; \ T_4{=}0{,}03; \\ & T_5{=}0{,}2; \ T_6{=}0{,}04; \ T_7{=}0{,}007; \ T_\omega{=}2. \end{split}$$

Таким образом, структурные модели позволяют выделить объект регулирования, регулятор, внутренние и внешние обратные связи, что делает наглядным исследование влияния и взаимодействия элементов системы на ее устойчивость и переходные процессы. Современное программное обеспечение позволяет визуализировать переходные процессы в автоматически регулируемых электроэнергетических системах.

### Литература

1. Кушнерев, А. А. Элементы структурного анализа устойчивости энергосистем: монография / А. А. Кушнерев, А. Н. Алюнов. – [Saarbrucken]: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2017. – 86 с.

2. Веников, В. А. Переходные электромеханические процессы в электрических системах: учебник для электроэнергет. спец. вузов / В. А. Веников. – Москва: Высшая школа, 1985. – 536 с.

3. Вольдек, А. И. Электрические машины / А. И. Вольдек. – 2-е изд., перераб. и доп. – Ленинград: Энергия, 1974. – 839 с.

4. Евстигнеев, Д. В. Инструкция пользователя программного комплекса «Анализ систем 3.1» / Д. В. Евстигнеев, О. А. Тягунов. – Москва: МИРЭА, 1999. – 20 с.

5. Жданов, П. С. Вопросы устойчивости электрических систем / П. С. Жданов. – Москва: Энергия, 1979. – 456 с.

6. Костюк, О. М. Элементы теории устойчивости энергосистем / О. М. Костюк. – Киев: Наукова думка, 1983. – 295 с.

7. Щербачев, О. В. Применение цифровых вычислительных машин в электроэнергетике: учеб. пособие для вузов / О. В. Щербачев, А. Н. Зейлигер, К. П. Кадомская. – Ленинград: Энергия, 1980. – 236 с.

8. Электрические системы. Математические задачи электроэнергетики: учебник для студентов вузов / под ред. В. А. Веникова. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва: Высшая школа, 1981. – 288 с.

#### A.A. Kushnerev, A.N. Alyunov Vologda State University

### STRUCTURAL MODELING AND ANALYSIS OF ELECTRIC POWER SYSTEMS STATIC STABILITY

The issues of modeling and analyzing of electric power systems static stability based on the equations of quasistationary modes of synchronous machines based on the Park – Gorev equations are considered. A block diagram of the dissipative model of an implicit-pole synchronous machine without damping windings with an automatic excitation regulator operating on a static load has been developed. A dissipative model of an implicit-pole synchronous machine without damping windings, operating on asynchronous load, is proposed. A practical example of a dissipative generator model equipped with a high-action automatic excitation regulator operating on a motor load is considered. Waveforms of transient processes are obtained using the software.

Structural modeling, static stability, electric power systems.