



## ГРУППИРОВКА РЯДОВ ДАННЫХ ГИДРОХИМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПО РЕКАМ-АНАЛОГАМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДОВ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

Рассматриваются вопросы построения кривых обеспеченности для однородных и неоднородных сгруппированных по рекам-аналогам данных гидрохимических наблюдений. Предлагается устанавливать уровень неоднородности сравниваемых натуральных рядов наблюдений с использованием критерия однородности Вилькоксона. Предложена методика построения кривой обеспеченности неоднородных совокупностей при допустимом уровне неоднородности.

Нечерноземная зона, малые реки, биогенные вещества, критерии однородности, кривые обеспеченности.

Основой любого экологического исследования при изучении характеристик, свойств и закономерностей природных объектов является мониторинг [3]. Для статистического анализа результатов экологического мониторинга особое внимание уделяется вопросам получения однородных и репрезентативных совокупностей, дающих объективную оценку изучаемого явления.

В условиях дефицита исходной натурной информации в гидрологии используется метод аналогий. Выбор рек-аналогов для расширения экспериментальных рядов гидрологических и гидрохимических характеристик выполняется по следующим правилам: одна географическая зона, залесенность и заболоченность водосборов, гидрогеологическая однотипность площади водосбора и её хозяйственного использования и др. Однако приближенная оценка различных водосборов не дает надежной уверенности в однородности натурального материала. Поэтому, дополнительно, для уверенного объединения натуральных данных гидрологических и гидрохимических рек-аналогов предлагается использовать статистические методы оценки совокупностей. Эти методы предусматривают выполнение проверки натуральных выборок на однородность.

При выборе критериев однородности для статистического анализа гидрологических и гидрохимических характеристик поверхностных водотоков предпочтение следует отдавать непараметрическим критериям. Непараметрические критерии однородности в

отличие от параметрических позволяют оценить однородность рассматриваемых натуральных выборок без учета свойств конкретного закона распределения. Предлагается для проверки на однородность рассматриваемых гидрометрических и гидрохимических рядов использовать критерий Вилькоксона [1,4].

Целью работы является разработка методики для обоснования построения репрезентативных выборок гидрометрических и гидрохимических характеристик на основе отрывочных данных натуральных наблюдений с использованием непараметрических критериев однородности, в том числе и для неоднородных совокупностей.

Построение кривой обеспеченности для однородных экспериментальных рядов выполняется согласно установленным в нормативном документе [7] требованиям по сгруппированному экспериментальному ряду. Группировка экспериментальных временных рядов выполняется путем соединения однородных совокупностей в один ряд. Согласно нормативному документу [7] эмпирическая кривая обеспеченности строится по ранжированному ряду путем определения обеспеченности каждой величины.

Результаты статистической обработки многолетних натуральных данных по аммонийному азоту за весенний сезон (март-май) для малых рек Верхняя Ерга и Кичменьга Вологодской области Двинско-Печерского бассейна, а также для сгруппированного ряда сведены в таблицу 1.

Таблица 1

**Результаты статистической обработки данных натуральных наблюдений за аммонийным азотом для весеннего сезона по рекам Верхняя Ерга и Кичменьга, а также сгруппированного ряда**

Порядковый номер	Параметры	р. Верхняя Ерга	р. Кичменьга	Сгруппированный ряд
1	2	3	4	5
1	Количество значений, шт	88	92	180
2	Максимальное значение, мг/л	1.7	1.55	1.7
3	Минимальное значение, мг/л	0	0	0
4	Среднее арифметическое значение, $C_{cp}$ мг/л	0.49	0.35	0.42
6	Среднее квадратическое отклонение $\sigma$ , мг/л	0.22	0.12	0.17
7	Коэффициент вариации, $C_v$	0.47	0.35	0.41
8	Коэффициент асимметрии, $C_s$	0.96	0.99	0.99
9	Отношение $C_s/C_v$	0.96	1.61	1.27
11	Расчетное значение Вилькоксона, $W_{рас}$	426		
12	Критическое значение Вилькоксона, $W_{кр}$	684,92		

Выделение расчетных сезонов обосновано формированием однофазных (однофакторных) случайных величин. Натурные гидрохимические данные представлены Вологодским отделением Росгидромета [8]. Период наблюдений составляет 28 лет. Обе реки протекают по территории Вологодской области. Река Верхняя Ерга является притоком реки Сухоны, а река Кичменьга – реки Юг. Обе реки протекают по территории юго-восточной части области. На реках установлено по одному гидрометрическому посту Росгидромета, совмещенных с гидрохимическими наблюдениями. Данные водотоки классифицируются как малые реки и относятся к четвертой категории наблюдений Росгидромета. Совместные гидрологические и гидрохимические характеристики определяются лишь в определенных фазы гидрологического режима (преимущественно в период весеннего половодья и осенних паводков).

Определение оценок статистических характеристик выполняется по классическим формулам метода моментов [1, 2, 5, 6]. Проверка на однородность гидрохимических характеристик выполнена с помощью непараметрического критерия Вилькоксона. Расчетное значение критерия Вилькоксона ( $W_{рас}$ ) получилось меньше критического значения ( $W_{кр}$ ), что означает однородность сравниваемых совокупностей на уровне значимости  $\alpha=0.05$ . Из натурных гидрохимических выборок двух рек составлен совместный (сгруппированный) ряд.

На рисунке 1 представлены эмпирические кривые обеспеченности для азота аммонийного в весенний сезон по многолетним данным натурных наблюдений для рек Верхняя Ерга и Кичменьга, а также сгруппированного ряда. Величина эмпирической обеспеченности определяется для каждого значения по ранжированному ряду по формуле:

$$P_i(\%) = \frac{i}{n+1}, \quad (1)$$

где  $i$  – порядковый номер ранжированных данных натурных наблюдений;  $n$  – объем выборки, шт.

Кривую обеспеченности для неоднородных рядов наблюдений в практике гидрологических расчетов в соответствии с нормативным документом [7] рекомендуется строить учитывая кривые обеспеченности для каждой совокупности по формуле:

$$P(x, y) = \frac{m}{n+m} \cdot P(x) + \frac{n}{n+m} \cdot P(y), \quad (2)$$

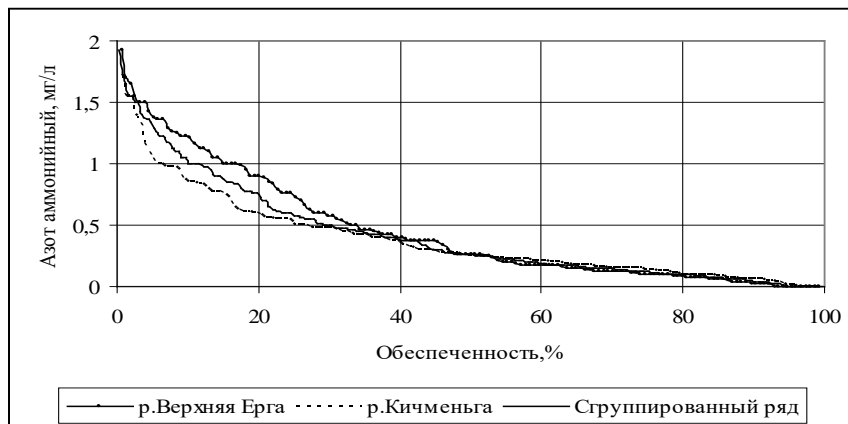


Рис. 1. Кривые обеспеченности для аммонийного азота в весенний сезон, построенные для рек Верхняя Ерга и Кичменьга, а также сгруппированного ряда

где  $P(x, y)$  – обеспеченность случайных величин  $x_i$  и  $y_j$ , находящихся в общем ранжированном ряду ( $i=1, 2, 3, \dots, m; j=1, 2, 3, \dots, n$ ),  $m$  и  $n$  – число членов соответственно в ряду  $x_i$  и  $y_j$ ;  $P(x)$  и  $P(y)$  – обеспеченность соответственно величин  $x_i$  и  $y_j$ ;  $m+n$  – общее количество случайных величин в двух рядах, подвергаемых проверке на однородность, шт.

Однако в нормативном документе не указано, какая степень неоднородности считается приемлемой для дальнейшего анализа. В соответствии с критерием Вилькоксона ряды однородны, если члены одного из них в ранжированном совместном ряду наблюдений чередуются с членами другого ряда. Например, в случае  $m=n=10$  совместный ранжированный ряд может выглядеть так:  $x_1, y_1, x_2, y_2, \dots, x_{10}, y_{10}$ , в нем сумма инверсий равна 55,  $W_{рас}=5$ ,  $W_{кр}=25.93$ . Так как расчетное значение критерия Вилькоксона меньше критического, то рассматриваемые ряды однородны. В противном случае при явной неоднородности совместный ранжированный ряд выглядит так:  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_9, x_{10}, y_1, y_2, y_3, \dots, y_9, y_{10}$ . В нем, как можно видеть, минимальная случайная величина в одном ряду превосходит максимальное значение случайной величины в другом. В этом случае число инверсий равно 100, расчетное значение в данном случае равно 50. При этом не имеет значения, во сколько раз превосходит значение  $y_1$  величину  $x_{10}$ , так как значение суммы инверсий остается прежним. Но тогда операция получения кривой обеспеченности для таких неоднородных совокупностей потеряет всякий смысл (например, если  $y_1$  превышает  $x_{10}$  на порядок и более). Отсюда возникает вопрос, какой уровень неоднородности можно считать приемлемым для дальнейшего анализа. Здесь могут быть разные предложения, наиболее простым является следующее: в суммарном ранжированном возрастающем ряду последняя величина первого ряда совпадает со средним арифметическим второго ряда.

Для рассмотренного выше примера суммарный ряд имеет следующий вид, если принять в нем  $y_6 \approx y_{ср}$ , где  $y_{ср}$  – среднее арифметическое – оценка математического ожидания выборки  $y$ :  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_5, y_1, x_6, y_2, \dots, x_{10}, y_7, \dots, y_{10}$ . Сумма инверсий в таком ряду равна 85, расчетное значение в этом случае 35, что превышает критическое приблизительно на 10%.

Результаты статистической обработки многолетних данных природных наблюдений минерального фосфора за осенний сезон (август-октябрь) по рекам Верхняя Ерга и Кичменьга, а также сгруппированный ряд с помощью критерия Вилькоксона

№	Параметры	Природные данные		
	Фосфор минеральный, мг/л	р. Верхняя Ерга	р. Кичменьга	Сгруппированный ряд
1	2	3	4	5
1	Количество значений, шт.	63	63	126
2	Сумма значений	0,698	0,967	1,665
3	Среднее арифметическое значение, $C_{cp}$	0,011	0,015	0,013
4	Среднее квадратическое отклонение, $\sigma$	0,012	0,0004	0,017
5	Коэффициент вариации, $C_v$	1,1	1,29	1,25
6	Коэффициент асимметрии, $C_s$	2,08	3,71	3,7
7	Отношение $C_s/C_v$	1,89	2,87	2,96
8	Сумма инверсий, $\Sigma U$	1552		
9	Расчетное значение Вилькоксона, $W_{рас}$	432,5		
10	Критическое значение Вилькоксона, $W_{кр}$	401,71		

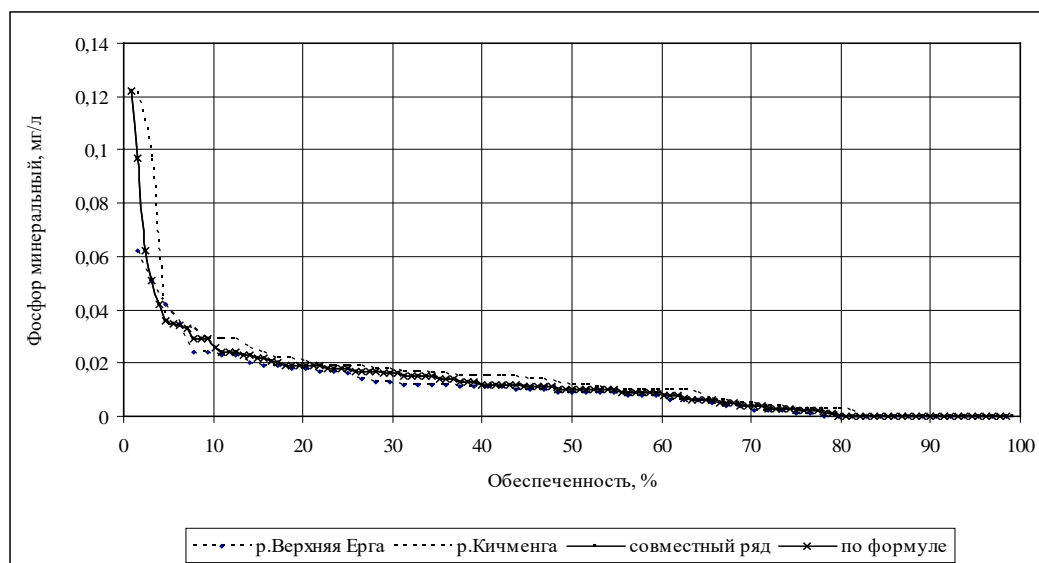


Рис. 2. Построение совместной кривой обеспеченности несогласованных рядов наблюдений по критерию Вилькоксона

Таким образом, в качестве приемлемого допустимого уровня неоднородности можно было бы принять превышение расчетного значения Вилькоксона над критическим на 5-10%. Этому отвечает примерное совпадение в ранжированном возрастающем ряду среднего арифметического одного ряда и минимальной величины в другом ряду [4]. Вместо расчетов по формуле (1), требующих построения кривых обеспеченности для каждого ряда, можно заменить их построением кривой обеспеченности для суммарного ранжированного ряда. Докажем, что такая операция даст одну и ту же кривую обеспеченности.

Пусть в своем ряду величина  $y_j$  занимает  $j$ -е место, а перед нею в ранжированном ряду находится  $i$  штук величины  $x$ . Тогда в ранжированном суммарном ряду величина  $y_j$  будет иметь номер  $i+j$ . Следовательно, оценка ее обеспеченности в суммарном ряду равна:

$$P(x, y) = \frac{i+j}{n+m}. \quad (3)$$

Но оценки обеспеченностей величин  $x_i$  и  $y_j$  в своих рядах соответственно равны:

$$P(x) = \frac{i}{n}, P(y) = \frac{j}{m}. \quad (4)$$

Подставляя эти данные в (2), приходим к формуле (3).

Для построения кривой обеспеченности неоднородных совокупностей используем данные природных наблюдений за концентрацией минерального фосфора в осенний сезон (август-октябрь) по рекам Верхняя Ерга и Кичменьга. Результаты статистической обработки данных природных наблюдений и сгруппированного ряда для минерального фосфора для осеннего сезона, а также проверка статистических гипотез на однородность приведены в таблице 2.

Превышение расчетного значения критерия Вилькоксона над критическим составляет 30,79, что соответствует (7,7%). Построим эмпирические кривые обеспеченности для исходных рядов природных наблюдений концентрации минерального фосфора по рекам Верхней Ерге и Кичменьге в осенний сезон, а также по ранжированному сгруппированному ряду, и для значений, полученных по формуле (2). Графики кривых обеспеченности представлены на рисунке 2.

По полученным результатам можно сделать вывод о том, что кривая обеспеченности, построенная по ранжированному совместному ряду, практически сов-

падает с кривой, построенной по формуле (2). Что и требовалось доказать.

### Выводы

Для формирования репрезентативных рядов гидрохимических характеристик малых рек используется метод аналогий, широко применяемый в гидрологии. Для формирования однородных совокупностей натурального материала предлагается использовать лимитирующие сезоны. Наряду с методами аналогии рекомендуется использовать статистические методы оценки однородности выборок.

В гидрологии существуют методы построения кривых обеспеченности по неоднородным совокупностям. Однако не оговаривается, какая неоднородность может быть приемлема. Для неоднородных рядов данных натуральных наблюдений предлагается устанавливать уровень неоднородности. На расчетном примере показано, что допустимый уровень неоднородности может составлять 5-10%. Это означает, что расчетное значение статистического критерия однородности Вилькоксона может превышать критическое на данную величину.

Кривую обеспеченности неоднородных совокупностей с допустимым уровнем неоднородности предлагается строить по сгруппированному ранжированному ряду так же, как и в случае однородных совокупностей.

### Литература

1. Бронштейн, И. Н. Справочник по математике / И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев. – Москва: Наука, 1980. – 977 с.
2. Горшков, И. Ф. Гидрологические расчеты / И. Ф. Горшков. – Ленинград: Гидрометеиздат, 1979. – 431 с.
3. Дмитриченко, В. П. Экологический мониторинг техносферы / В. П. Дмитриченко, Е. В. Сотникова, А. В. Черняев. – Санкт-Петербург: Лань, 2012. – 368 с.
4. Коваленко, С. Н. Инженерная гидрология. Малые реки. Гидрологические расчеты / С. Н. Коваленко, М. А. Михалев. – Санкт-Петербург: Изд-во Политехн. ун-та, 2013. – 124 с.
5. Крицкий, С. Н. Гидрологические основы управления речным стоком / С. Н. Крицкий, М. Ф. Менкель. – Москва: Наука, 1982. – 271 с.
6. Михалев, М. А. Инженерная гидрология / М. А. Михалев. – Санкт-Петербург: СПбГПУ, 2003. – 360 с.
7. СП 33-101-2003. Свод правил по проектированию и строительству. Определение основных расчетных гидрологических характеристик. – Москва: Госстрой России, 2003. – 68 с.
8. Федеральная служба России по гидрометеорологии и мониторингу окружающей среды. Северное территориальное управление по гидрометеорологии и мониторингу окружающей среды. Государственный водный кадастр. Раздел 1: Поверхностные воды. Серия 2: Ежегодные данные о качестве поверхностных вод Ч. 1: Реки и каналы Т. 1 (28) РФ (Бассейны рек на территории Архангельской, Вологодской и республике Коми).

**S.N. Kovalenko**  
Vologda State University

### GROUPING OF HYDROCHEMICAL CHARACTERISTICS DATA SERIES FOR RIVER-ANALOGUES USING METHODS OF MATHEMATICAL STATISTICS

The issues of plotting of frequency curves for homogeneous and heterogeneous hydrochemical observations grouped by the river-analogues are considered. It is proposed to establish the level of heterogeneity of the compared field observations series using the Wilcoxon uniformity criterion. A technique for plotting a frequency curve of heterogeneous populations, with an allowable level of heterogeneity is proposed.

Non-chernozem zone, small rivers, biogenic substances, homogeneity criteria, frequency curves.