



О КОМПОНОВКЕ МНОГОРОТОРНОГО БЕСПИЛОТНОГО ВЕРТОЛЕТА (МУЛЬТИКОПТЕРА)

Выполнен анализ эффективности и массы несущей конструкции многороторного беспилотного вертолета в зависимости от выбранной схемы – числа лучей и винтомоторных групп. Различные схемы мультикоптеров сравниваются при одинаковых массе и габарите. Показано, что наилучшей эффективностью в этих условиях обладает квадрокоптер (4 луча), и что при росте числа лучей возрастает масса рамы летательного аппарата, определенная из условия прочности. Рассматриваются особенности соосной схемы, которая обладает существенными преимуществами.

Беспилотный многороторный вертолет, мультикоптер, квадрокоптер, соосная схема, эффективность, прочность несущей конструкции, масса рамы, проектирование.

При конструировании многороторного беспилотного вертолета [2] одна из первых задач – выбор числа лучей и количества винтов (винтомоторных групп, ВМГ). Чаще используются летательные аппараты (ЛА) с 3, 4, 6 и 8 лучами. Каждый луч может нести одну или две ВМГ. Во втором случае речь идет о соосной схеме, когда воздушные винты, установленные на одном луче, вращаются в разные стороны. Названия таким летательным аппаратам (рис. 1) обычно даются по количеству ВМГ: квадрокоптер – четыре луча и четыре ВМГ; соосный октокоптер – четыре луча и восемь ВМГ.

В большинстве случаев используются электрические мультикоптеры.

Анализ эффективности

Эффективность использования энергии силовой установки, то есть отношение веса вертолета к мощ-

ности, затрачиваемой на его удержание в воздухе, зависит от удельной нагрузки на ометаемую воздушными винтами площадь и обратно пропорциональна квадратному корню из этой нагрузки [3, 4].

При проектировании многороторного вертолета разумно стремиться к уменьшению нагрузки на ометаемую площадь, в том числе за счет увеличения этой площади при соблюдении ограничений на габариты ЛА.

Рассмотрим, каким образом ометаемая винтами площадь зависит от варианта компоновки. Вычислим отношение площади, ометаемой винтом классического вертолета при одинаковых (по несущим винтам) габаритах мультикоптера и вертолета (идея такого сравнения принадлежит Е. Юганову).

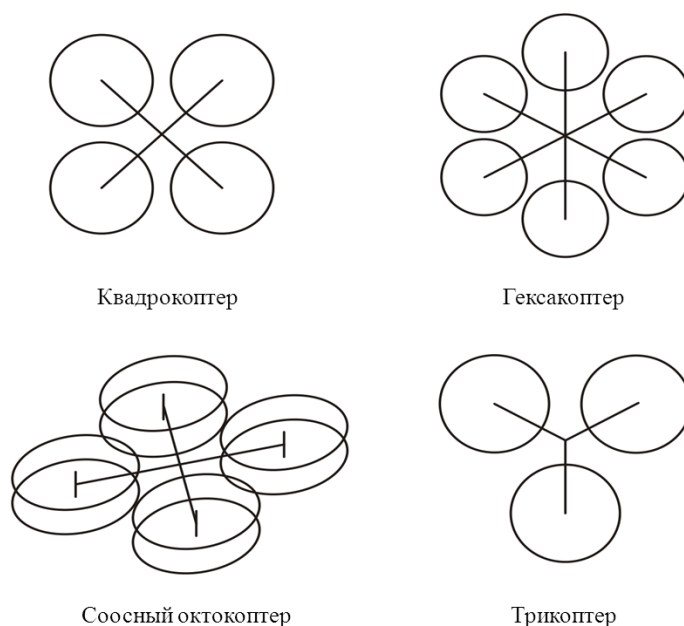


Рис. 1. Примеры компоновки многороторных беспилотных вертолетов

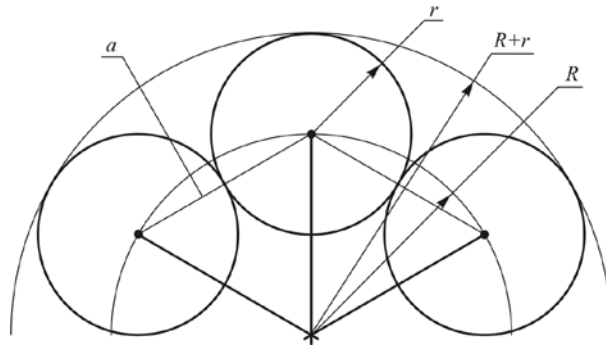


Рис. 2. Компоновка мультикоптера

На рисунке 2 показана схема для расчета ометаемой винтами площади для мультикоптера с n лучами и n винтами (ВМГ). Приняты следующие обозначения: R – радиус окружности, на которой расположены оси винтов (ВМГ); r – радиус винтов.

Длина стороны a правильного n -угольника, вписанного в окружность радиуса R , равна

$$a = 2R \sin \frac{\pi}{n}. \quad (1)$$

Диаметр пропеллеров, которые могут быть размещены без зазора в углах этого многоугольника (на концах лучей), равен a ; радиус — $a/2$. То есть

$$r = R \sin \frac{\pi}{n}. \quad (2)$$

Площадь, ометаемая пропеллерами мультикоптера:

$$S_{МК} = n\pi r^2 = n\pi \left(R \sin \frac{\pi}{n} \right)^2 = n\pi R^2 \sin^2 \frac{\pi}{n}. \quad (3)$$

Площадь, ометаемая несущим винтом вертолета с такими же габаритами по винту:

$$S_B = \pi(R+r)^2 = \pi \left(R + R \sin \frac{\pi}{n} \right)^2 = \pi R^2 \left(1 + \sin \frac{\pi}{n} \right)^2. \quad (4)$$

Отношение площадей:

$$s = \frac{S_{МК}}{S_B} = \frac{n\pi R^2 \sin^2 \frac{\pi}{n}}{\pi R^2 \left(1 + \sin \frac{\pi}{n} \right)^2} = \frac{n \sin^2 \frac{\pi}{n}}{\left(1 + \sin \frac{\pi}{n} \right)^2}. \quad (5)$$

Величину s будем называть относительной ометаемой площадью или просто относительной площадью. Эффективность обратно пропорциональна квадратному корню из нагрузки на ометаемую площадь, а значит, прямо пропорциональна квадратному корню из величины площади. Следовательно относительная эффективность e (отношение эффективности мультикоптера к эффективности вертолета того же веса с одним несущим винтом) будет равна

$$e = \sqrt{s}. \quad (6)$$

В таблице 1 приведены значения относительной площади и относительной эффективности для количества лучей от 2 до 8.

Графики зависимостей, построенные по формулам (5) и (6), показаны на рисунке 3.

Таблица 1

Относительные ометаемая площадь и эффективность

Число лучей	2	3	4	5	6	7	8
Относительная площадь	0,5000	0,6462	0,6863	0,6852	0,6667	0,6409	0,6128
Относительная эффективность	0,7071	0,8038	0,8284	0,8278	0,8165	0,8006	0,7828

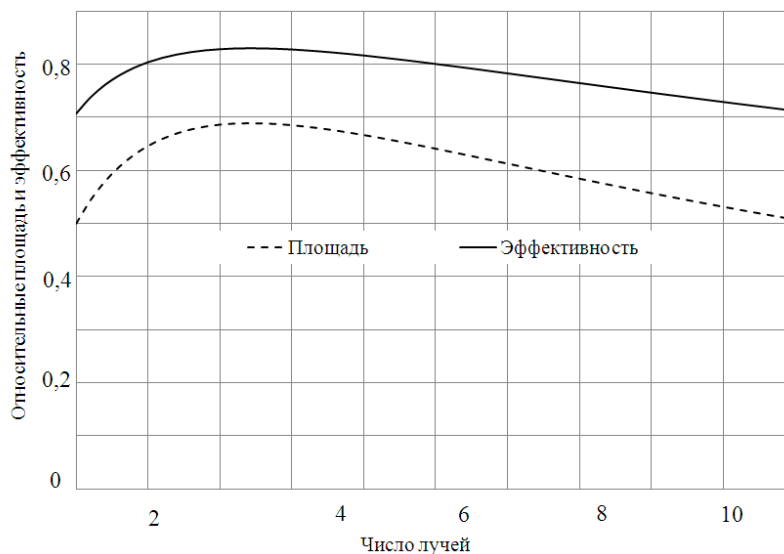


Рис. 3. Зависимость относительной площади и относительной эффективности от числа лучей

Как видно из приведенных данных, наибольшей относительной площадью и **наибольшей относительной эффективностью обладает квадрокоптер.**

Численное решение позволяет найти значение максимума функции $s(n)$ (формула (5)) при $n \geq 2$. Максимум достигается при $n \approx 4,424$ и равен 0,6890. Максимальная эффективность равна 0,8300.

Анализ массы и прочности несущей конструкции

Выясним, каким образом количество лучей влияет на массу конструкции мультикоптера. Рассмотрим аппараты, имеющие одинаковые массу и габарит (радиус описанной окружности) и отличающиеся числом лучей.

От принятой компоновки зависит масса рамы ЛА. Рассмотрим простейшую раму, состоящую из n лучей радиуса R . Лучи обычно изготавливаются из коробчатых профилей или круглых труб. Материалом чаще служит алюминиевый сплав или композитный материал (углепластик). Упрощенная схема нагружения лучей представлена на рисунке 4.

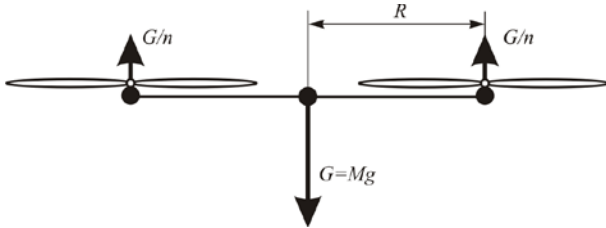


Рис. 4. Схема нагружения лучей

Будем считать, что вся масса ЛА сосредоточена в его центре. Луч рассматривается как консольная балка длины R , работающая на изгиб и нагруженная на свободном конце силой $P = Mg / n$, где M – масса ЛА, g – ускорение свободного падения.

Оценим массу рамы, то есть массу n лучей. Сечение луча может быть определено из условия его прочности [1]. Изгибающий момент в основании луча равен

$$\frac{MgR}{n}. \quad (7)$$

Максимальное нормальное напряжение в этом сечении

$$\sigma = \frac{MgR}{nW}, \quad (8)$$

где W – момент сопротивления поперечного сечения. Момент сопротивления сечений, форма которых подобна, пропорционален кубу их линейного размера. В рассматриваемой задаче речь может идти о кольцевом сечении с толщиной стенки, пропорциональной диаметру трубы, или коробчатом (прямоугольном) сечении.

$$W = K_W D^3, \quad (9)$$

где D – характерный размер поперечного сечения, например, диаметр трубы; K_W – коэффициент, зависящий от формы (но не размеров) сечения.

Подставляя в формулу (8) вместо σ допустимое напряжение $[\sigma]$, значение W из (9) и решая полученное уравнение относительно D , получим:

$$D = \sqrt[3]{\frac{MgR}{nK_W[\sigma]}}. \quad (10)$$

Площадь поперечного сечения пропорциональна квадрату линейного размера сечения: $S = K_S \cdot D^2$, где K_S – коэффициент, определяемый формой сечения. Тогда масса рамы (масса n лучей) вычисляется так:

$$M_{рамы} = n\rho_{л}SR = n\rho_{л}K_S \cdot D^2R = n\rho_{л}K_S \left(\frac{MgR}{nK_W[\sigma]} \right)^{2/3} R, \quad (11)$$

где $\rho_{л}$ – плотность материала лучей. Поскольку мы не ставим целью вычисление собственно массы рамы, а изучаем зависимость этой массы от компоновки ЛА (числа лучей), устраним константы в формуле (11) и используем вместо равенства знак «~»:

$$M_{рамы} \sim n \left(\frac{MR}{n} \right)^{2/3} R = n^{1/3} M^{2/3} R^{5/3}. \quad (12)$$

Радиус окружности, на которой располагаются оси ВМГ, R можно выразить через радиус описанной окружности $R_O = R + r$ (рис. 2) и число лучей n , используя формулу (2):

$$R = \frac{R_O}{1 + \sin \frac{\pi}{n}}. \quad (13)$$

Подставляя R из (13) в (12), получим:

$$M_{рамы} \sim n^{1/3} M^{2/3} \left(\frac{R_O}{1 + \sin \frac{\pi}{n}} \right)^{5/3} = R_O^{5/3} M^{2/3} \frac{n^{1/3}}{\left(1 + \sin \frac{\pi}{n} \right)^{5/3}} \quad (14)$$

Сравнение различных вариантов компоновки выполняется для одинаковых массы и габаритов ЛА, поэтому можно записать:

$$M_{рамы} \sim m_{рамы} = \frac{n^{1/3}}{\left(1 + \sin \frac{\pi}{n} \right)^{5/3}}. \quad (15)$$

Безразмерную величину $m_{рамы}$ можно назвать индексом массы рамы. График зависимости (15) при $n \geq 1$ показан на рисунке 5, а значения – в таблице 2. Абсолютные значения функции (15) не имеют наглядной интерпретации. Поэтому можно использовать относительную величину, приняв за единицу значение индекса при минимально возможном для мультикоптера числе лучей, то есть при $n = 3$.

Таблица 2

Индекс массы рамы

Число лучей	2	3	4	5	6	7	8
Абсолютный индекс	0,397	0,510	0,651	0,791	0,924	1,049	1,165
Относительный индекс (%)	78	100	128	155	181	205	228

Функция (15) при $n \geq 1$ принимает минимальное значение при $n \approx 1,75217$. При n , превышающем это значение, индекс массы рамы монотонно возрастает. Это означает, что **по критерию массы и прочности несущей конструкции увеличение числа лучей невыгодно.**

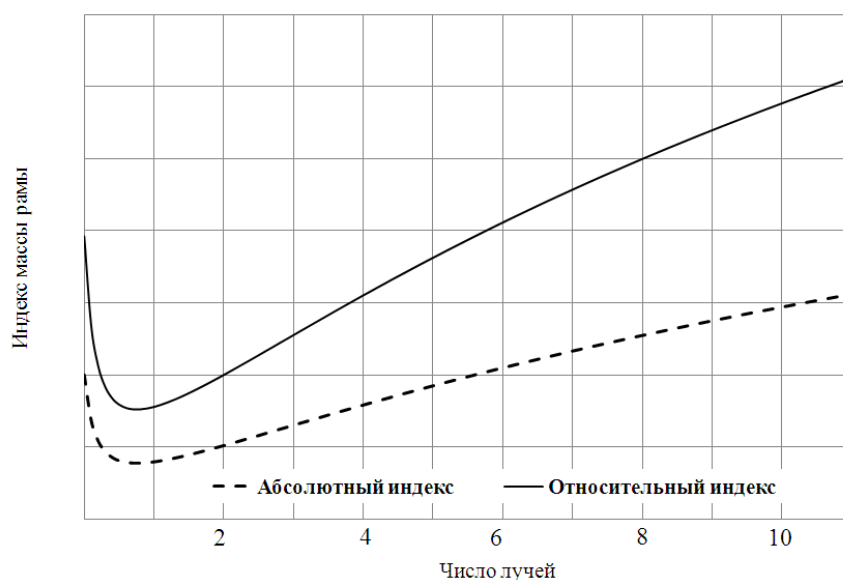


Рис. 5. Индекс массы рамы

В формулы (11), (12) и (14), которые могут использоваться для вычисления или оценки массы рамы, входит величина M – полная масса ЛА, включающая и массу рамы. Казалось бы, практическое использование этих формул затруднено: чтобы вычислить массу рамы, нужно знать массу ЛА, а чтобы найти массу ЛА, нужно знать массу рамы. Однако в нашем исследовании важно выявить характер зависимости массы рамы от числа лучей. В этих обстоятельствах приведенные выкладки можно трактовать так. Масса ЛА фиксирована. При изменении массы рамы меняется вес полезной нагрузки. При увеличении массы рамы вес полезной нагрузки уменьшается, при уменьшении – увеличивается.

Анализ упрощений расчетной схемы

При анализе прочности рамы были приняты некоторые упрощения:

1. Вся масса ЛА сосредоточена в его центре. Тем самым при расчете нагрузки на луч не учтен собственный вес луча и вес ВМГ, расположенной на конце луча. Можно предположить, что влияние собственного веса луча на характер его нагружения незначительно. Суммарный вес всех моторов при изменении числа лучей и неизменной массе ЛА можно считать приблизительно постоянным, поскольку мощность, необходимая для удержания аппарата в воздухе, изменяется только в связи с изменением относительной эффективности, разница которой для распространенных схем составляет несколько процентных пунктов (табл. 1). Есть основания считать, что при одинаковой суммарной мощности суммарная масса моторов не зависит существенно от их количества. При меньшем числе лучей мотор большей массы сильнее разгружает луч. Это дает еще большее преимущество схемам с малым числом лучей.

2. Рассмотрен лишь случай статического нагружения (режим висения). При анализе нагрузки на луч не учтены силы инерции. Силы инерции пропорциональны массе, расчет с учетом динамических нагрузок был бы эквивалентен расчету с увеличенной массой ЛА. Поскольку речь идет не о вычислении собственно массы рамы, а лишь об изучении характера за-

висимости этой массы от числа лучей, это не повлияло бы на выводы, следующие из приведенного выше анализа (формулы (14) и (15)).

Соосная схема

Эффективность пары соосно установленных несущих винтов ниже, чем у двух неперекрывающихся винтов такого же диаметра. Б.Н. Юрьев оценивает [4] эквивалентную ометаемую площадь двух соосных винтов значением $1,66F_1$, где F_1 – площадь, ометаемая одним винтом. Для соосной схемы нужно умножить данные по относительной площади в таблице 1 на коэффициент 1,66. Данные по относительной эффективности умножаются на $\sqrt{1,66} \approx 1,29$. Результаты расчета приведены в таблице 3.

Таблица 3

Эффективность соосной схемы

Число лучей	2	3	4	5	6	7	8
Относительная площадь	0,830	1,073	1,139	1,137	1,107	1,064	1,017
Относительная эффективность	0,911	1,036	1,067	1,067	1,052	1,031	1,009

Как видно, эффективность соосной схемы весьма высока. Для $n \geq 3$ она даже выше, чем у вертолета с одним несущим винтом тех же габаритов и массы; у соосного октокоптера (4 луча, 8 винтов) – на 6,7%.

Результаты оценки массы рамы в случае соосной схемы при использовании принятой модели нагружения (рис. 4) будут совпадать с приведенными в табл. 2 и на рис. 5, поскольку рассматривается случай одинаковых массы и габаритов. Однако, можно обратить внимание на обстоятельство, не учитываемое в упрощенной модели нагружения и дающее дополнительное преимущество соосной схеме: реактивный момент моторов соосного аппарата не нагружает луч. Соосные винты вращаются в противоположные стороны. И если момент, создаваемый соосными моторами,

одинаков, то, в отличие от обычной схемы (один луч – одна ВМГ), реактивный момент не передается на луч и не изгибает его. Как показывают выполненные автором расчеты, реактивный момент, нагружающий луч несосного аппарата, составляет около 15% изгибающего момента, обусловленного силой тяги. Это значит, что сечение и вес луча по условию прочности в случае соосного аппарата могут быть меньше.

Литература

1. Беляев, Н. М. Сопротивление материалов / Н. М. Беляев. – 14-е изд. – Москва: Наука, 1965. – 856 с.

2. Беспилотные авиационный комплексы. II. Классификация, основные принципы создания и применения / В. С. Моисеев, Д. С. Гущина, Г. В. Моисеев, А. Б. Салеев // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. – 2006. – № 3. – С. 3–5.

3. Свердлов, С. З. Продолжительность полета электрического беспилотного вертолета / С. З. Свердлов // Вестник Вологодского государственного университета. – 2015. – № 1 (5). – С. 11–16.

4. Юрьев, Б. Н. Аэродинамический расчет вертолетов / Б. Н. Юрьев. – Москва: Гос. изд-во оборонной промышленности, 1956. – 560 с.

S. Z. Sverdlov
Vologda State University

ON LAYOUT DESIGN OF MULTIROTOR UNMANNED HELICOPTER (MULTICOPTER)

The efficiency and mass of the supporting structure of a multirotor unmanned helicopter are analyzed depending on the chosen scheme – the number of beams and propeller-driven groups. Different schemes of multicopters are compared for the same mass and size. It is shown that the quadcopter (4 beams) has the best efficiency under these conditions, and that with an increase in the number of rays, the mass of the frame of the aircraft increases, determined from the strength condition. The features of the coaxial scheme that have significant advantages are considered.

Unmanned multirotor helicopter, multicopter, quadcopter, coaxial design, efficiency, strength of load-bearing structure, frame mass, design.