УДК 624.046.5

С.А. Соловьев
Вологодский государственный университет

НАДЕЖНОСТЬ ЖЕЛЕЗОБЕТОННОЙ БАЛКИ ПРИ УТОЧНЕНИИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СЖАТОЙ АРМАТУРЫ И БЕТОНА

В статье рассмотрен метод расчета надежности железобетонной балки на стадии ее эксплуатации на основе уточненного расчета ее прочности при изгибе. Уточненный метод расчета заключается в применении гипотезы плоских сечений и равенстве относительных деформаций в бетоне сжатой зоны и сжатой арматуре железобетонной балки. Расчет надежности основан на теории нечетких множеств с использованием принципа обобщения Л. Заде в связи с ограниченностью (неполнотой) статистической информации о контролируемых параметрах в математической модели предельного состояния. Приведен численный метод расчета надежности железобетонной балки.

Надежность, безопасность, железобетонная балка, гипотеза плоских сечений, теория возможностей, теория нечетких множеств.

Железобетонные балки входят в состав зданий и сооружений в виде стропильных и подстропильных конструкций, ростверков, перемычек и других несущих элементов. В соответствии с Законом РФ №384-ФЗ «Технический регламент о безопасности зданий и сооружений», механическая безопасность несущих элементов зданий и сооружений, в т.ч. железобетонных балок, на стадии эксплуатации должна быть обоснована расчетами. В качестве меры механической безопасности может служить надежность. По ГОСТ 27751-2014 «Надежность строительных конструкций и оснований» под надежностью понимается способность строительной конструкции выполнять требуемые функции в течение расчетного срока эксплуатации. Мерой несущей способности выступает вероятность безотказной работы или вероятность отказа.

Надежность железобетонной балки следует рассматривать как условную последовательную механическую систему при предположении о независимости элементов (в запас надежности). Надежность железобетонной балки как системы будет определяться: в вероятностно-статистическом подходе по формуле $P=\prod_{i=1}^{n} P_i$, где P_i – вероятность безотказной работы по i-му критерию работоспособности; в возможностном подходе: $\begin{cases} \underline{P}=\max\left(0,\ \sum_{i=1}^{n}\underline{P}_i-(n-1)\right), \\ \overline{P}=\min(\overline{P}_i) \end{cases}$

где $\underline{P}_i$ и $\overline{P}_i$ – нижняя и верхняя границы вероятности (возможности) безотказной работы; на основе теории случайных множеств: $\left[\prod_{i=1}^{n}\underline{P}_i;\ \prod_{i=1}^{n}\overline{P}_i\right]$.

Метод расчета надежности железобетонной балки по критерию прочности бетона рассмотрен в работе [1], по критерию жесткости (прогиба) в [2], по критерию ширины раскрытия нормальных трещин в [3], наклонных трещин в [4], по критерию длины трещины в [5]. В данной статье предлагается рассмотреть метод расчета надежности железобетонной балки по критерию прочности сжатой арматуры при уточненном подходе к расчету прочности железобетонной балки при изгибе на основе гипотезы плоских сечений.

Математическую модель предельного состояния для расчета надежности балки по критерию прочности при изгибе можно записать в виде:

$$M \le \widetilde{M}_{np}, \qquad (1)$$

где M – изгибающий момент от эксплуатационной нагрузки в наиболее опасном сечении, определяемый на стадии эксплуатации балки теоретическим расчетом; $\widetilde{M}_{np}$ – предельный изгибающий момент, устанавливаемый по результатам обследования балки (случайная величина).

По СП 63.13330.2012 «Бетонные и железобетонные конструкции» и литературным источникам [6, 7] условие прочности железобетонной балки без предварительного напряжения выражается неравенством:

$$M \le M_{np} = R_b A_b z_b + R_{sc} A_s^{'}(h_0 - a'), \qquad (2)$$

где R_b – расчетное сопротивление бетона балки; R_{sc} – расчетное сопротивление стали арматуры в сжатой зоне бетона балки; остальные параметры приведены в СП 63.13330.2012.

В условии (2) по [6, 7] использовано допущение (принцип) о том, что напряжение в арматуре и бетоне достигают предельных значений одновременно. С таким допущением можно было бы согласиться, если бы оно шло в запас надежности балки. Однако с его применением несущая способность в некоторых случаях завышается и тем более на неопределенное значение. В ответственных конструкциях по безопасности, а также в расчетах надежности железобетонных балок принятое допущение требует уточнения. Для этого предлагается исходить из ранее использованной в расчетах железобетонных балок по допускаемым напряжениям гипотезы плоских сечений [6, 7] и соответственно из условия равенства деформаций бетона и арматуры $\varepsilon_b = \varepsilon_s$ в расчетном сечении балки. Для этого в математической модели (2) в условии прочности балки используется наименьшее значение из двух предельных деформаций $\varepsilon_{b,пр}$ в бетоне ли $\varepsilon_{s,пр}$ в арматуре.

При продолжительном действии нагрузки на железобетонную балку относительная деформация бетона по СП 63.13330.2012 принимается равной $\varepsilon_{b1,red} = 0{,}0024$ при относительной влажности воздуха 40-75% и $\varepsilon_{b1,red} = 0{,}0034$ при влажности ниже 40%. Для стальной арматуры значение $\varepsilon_{s,пр} = 0{,}002$ сохраняется. На этой стадии в (2) сохраняется R_{sc}, но вместо R_b используется значение $\varepsilon_{s,пр} E_b$, где E_b – модуль упругости бетона, значение которого зависит от класса бетона и при двухлинейной диаграмме $\sigma_b - \varepsilon_b$ определяется из $E_{b,red} = R_b / \varepsilon_{b1,red}$. В этом случае условие (2) примет вид:

$$M \le M_{пр} = E_{b,red} \varepsilon_{s,пр} A_b z_b + R_{sc} A_s^{'} (h_0 - a'). \quad (3)$$

Для балки прямоугольного сечения имеем:

$$M \le M_{пр} = E_{b,red} \varepsilon_{s,пр} bx (h_0 - 0{,}5x) + R_{sc} A_s^{'} (h_0 - a'). \quad (4)$$

Математическую модель предельного состояния для расчета надежности можно записать в виде:

$$M \le \tilde{E}_{b,red} \varepsilon_{s,пр} b \tilde{x} (h_0 - 0{,}5\tilde{x}) + R_{sc} A_s^{'} (h_0 - a'). \quad (5)$$

Приведенную модель деформации бетона $\tilde{E}_{b,red}$ на стадии эксплуатации можно определить по результатам испытаний образцов бетона с применением двухлинейной диаграммы $\sigma_b - \varepsilon_b$. Высота сжатой зоны бетона балки $\tilde{x}$ определяется в опасном сечении экспериментально-теоретическим методом [3].

Преобразуем (5) к виду:

$$\frac{M - R_{sc} A_s^{'} (h_0 - a')}{\varepsilon_{s,пр} b} \le \tilde{E}_{b,red} \tilde{x} (h_0 - 0{,}5\tilde{x}). \quad (6)$$

Введем обозначения $\frac{M - R_{sc} A_s^{'} (h_0 - a')}{\varepsilon_{s,пр} b} = k$, $\tilde{E}_{b,red} = X$, $\tilde{x} = Y$, $(h_0 - 0{,}5\tilde{x}) = Z$. Тогда математическую модель (6) можно записать в виде:

$$k \le X \cdot Y \cdot Z. \quad (6)$$

Примем для нечетких переменных *X*, *Y*, *Z* функцию распределения возможностей, получившую наибольшее распространение в расчетах надежности несущих элементов конструкций, с аналитическим видом:

$$\pi_X (x) = \exp\left[-\left(\frac{x - a_x}{b_x} \right)^2 \right], \quad (7)$$

где $a_x = 0{,}5 \cdot (X_{\max} + X_{\min})$ – «условное среднее» нечеткой переменной *X*; $b_x = 0{,}5(X_{\max} - X_{\min}) / \sqrt{-\ln\alpha}$ – мера «рассеяния», где $X_{\max}$ и $X_{\min}$ – наибольшее и наименьшее значение во множестве значений $\{x\}$ нечеткой переменной *X*, полученных из результатов измерений; $\alpha \in [0;1]$ – уровень среза (риска), значением которого задаются [4, 5]. Обратная функция от $\pi_X (x)$ из (7) будет иметь вид $x = a_x \pm b_x \sqrt{-\ln\alpha}$ или $x = a_x \pm b_x \beta$, где $\beta = \sqrt{-\ln\alpha}$, где α – уровень среза для функции $\pi_X (x)$.

Для *Y* и *Z* вид функции распределения возможностей аналогичен (7).

В соответствии с принципом обобщения Л. Заде из теории нечетких множеств [8], сформируем из (6) нечеткую переменную *G* как функцию от нечетких аргументов *X*, *Y*, *Z* в виде:

$$k \le G = X \cdot Y \cdot Z. \quad (8)$$

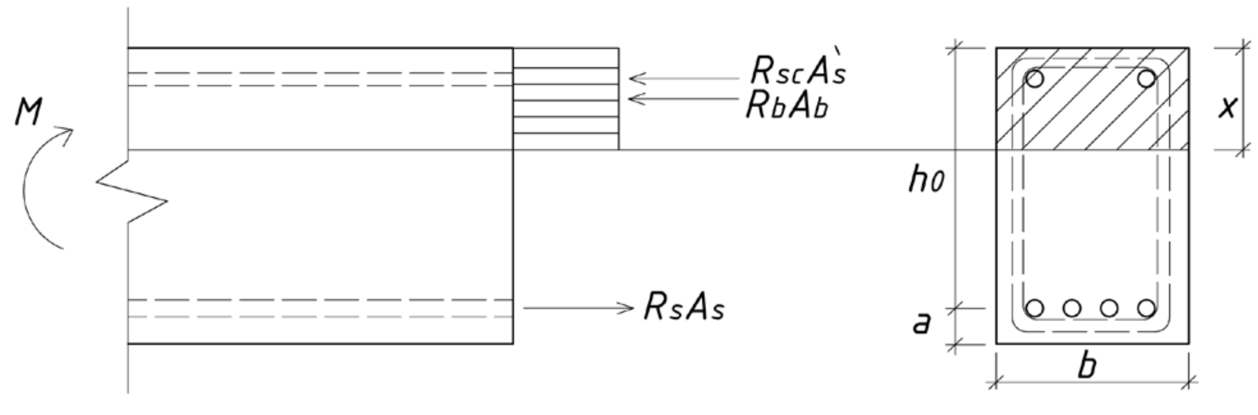

Рис. 1. Расчетная схема балки по СП 63.13330.2012

Нечеткую переменную G будем характеризовать функцией распределения возможностей $\pi_G(g)$ с условной «средней» по (6) $a_g = a_x a_y a_z$, с левой ветвью $g \le \alpha_g$ и правой ветвью $g > \alpha_g$, а обратная функция g от G будет определяться через обратные функции x, y, z от X, Y, Z, которые имеют вид обратной функции xот $\pi_X(x)$, описанной выше. Для левой и правой ветвей функции $\pi_G(g)$ имеем:

$$g_{лев} = (a_x - b_x\beta)(a_y - b_y\beta)(a_z - b_z\beta), \quad (9)$$

$$g_{пр} = (a_x + b_x\beta)(a_y + b_y\beta)(a_z + b_z\beta), \quad (10)$$

где $\beta = \sqrt{-\ln \pi_G(g)} = \sqrt{-\ln \alpha_*}$. Перед «$b$» в левой ветви функции $g_{лев}$ ставят знак «-» в числителе, а в знаменателе «+», если от этой величины значение $g_{лев}$ в (9) возрастает, а в (10) наоборот. Обозначим $\alpha_* = \pi_G(g)$ для сокращения записи, по аналогии с $\alpha = \pi_X(x)$. При $g = a_g = a_x a_y a_z$ имеем $\pi_G(g) = 1$ или β=0. По (9) при выполнении условия $a_g \ge k$, значение возможности безотказной работы балки R по [9] принимается R=1. Возможность отказа Q (для левой ветви функции $\pi_G(g)$) найдем по значению β, полученного из (9) при $g_{лев} = k$, которое соответствует наименьшей расчетной надежности или наибольшей обеспеченности. По результатам решения (9), при $g_{пр} = k$ находят $\beta_{\min}$ по абсолютному значению, а возможность отказа ж/б балки по критерию прочности сжатой арматуры $Q = \exp(-\beta_{\min}^2)$. Надежность железобетонной балки по критерию прочности сжатой арматуры характеризуется интервалом [N; R=1].

Пример. Дана железобетонная балка прямоугольного поперечного сечения с размерами b=0,2 м, h_0=0,5 м, a'=0,04 м. Арматура: 2 стержня ϕ12 А240 (R_{sc}=210 МПа; A_s=2,26·10^{-4} м^2). Расчетный изгибающий момент M=370 кН·м. По результатам измерений известно: $\tilde{E}_{b,red} = \{25;\ 23;\ 27\}\cdot 10^3$ МПа; $\tilde{x} = \{0{,}23;\ 0{,}17;\ 0{,}21;\ 0{,}20\}$ м. Определяем параметры функций распределения возможностей: $a_x = 25\cdot 10^3$ МПа, $a_y = 0{,}20$ м, $a_z = 0{,}30$ м. При уровне среза 0,05: $b_x = 1{,}15\cdot 10^3$ МПа, $b_y = 0{,}017$ м, $b_z = 0{,}017$ м. $g = a_g = a_x a_y a_z = 1{,}5\cdot 10^9$ Н > $k = 8{,}7\cdot 10^8$ Н, тогда R=1. Из (9) при $g_{лев} = k$ найдем: $\beta_{\min} = 2{,}59$. Тогда $Q = \exp(-\beta_{\min}^2) = 0{,}0012$. Надежность характеризуется интервалом [0,9988; 1].

Выводы:

1. Рассмотрен уточненный метод расчета несущей способности железобетонной балки по критерию прочности при изгибе;

2. Разработан метод расчета надежности железобетонной балки на основе уточненного расчета прочности балки с учетом ограниченности (неполноты) статистической информации;

3. Приведен численный пример расчета надежности железобетонной балки;

4. Рассмотренный метод расчета может быть использован для расчетов надежности других несущих элементов по другим критериям работоспособности.

Литература

1. Соловьев, С. А. Расчет надежности железобетонной балки по критерию прочности бетона на стадии эксплуатации / С. А. Соловьев // Справочник: инженерный журнал с приложением. – 2018. – № 3. – С. 17–22.

2. Соловьев, С. А. Расчет надежности железобетонной балки на стадии эксплуатации по критерию ширины раскрытия наклонных трещин / С. А. Соловьев // Материалы межрегиональной научной конференции IX ежегодной научной сессии аспирантов и молодых ученых: [в 2-х т.]. Т. 1: Технические науки. Экономические науки. – Вологда, 2015. – С. 97–101.

3. Уткин, В. С. Определение остаточной несущей способности и надежности железобетонных балок по критерию ширины раскрытия трещин / В. С. Уткин, С. А. Соловьев // Бетон и железобетон. – 2016. – № 1. – С. 20–25.

4. Уткин, В. С. Расчет надежности железобетонных балок по критерию прочности поперечной арматуры при образовании наклонных трещин / В. С. Уткин, С. А. Соловьев // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2017. – № 5. – С. 34–42.

5. Utkin, V. S. Reliability analysis of existing reinforced concrete beams on normal crack length criterion / V. S. Utkin, S. A. Solovyev // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. – 2017. – № 2. – P. 56–63.

6. Байков, В. Н. Железобетонные конструкции (Общий курс) / В. Н. Байков, Э. Е. Сигалов. – Москва: Стройиздат, 1991. – 767 с.

7. Попов, Н. Н. Проектирование и расчет железобетонных и каменных конструкций / Н. Н. Попов, А. В. Забегаев. – Москва: Высшая школа, 1989. – 400 с.

8. Zadeh, L. A. Fuzzy sets / L. A. Zadeh // Information and Control. – 1965. – № 3. – P. 338–353.

9. Dubois, D. Possibility Theory, Probability Theory and Multiple-valued Logics: A Clarification / D. Dubois, H. Prade // Annals of Mathematics and Artificial Intelligence. – 2001. – № 32. – P. 35–66.

S.A. Solovyev

RELIABILITY ANALYSIS OF RC BEAM WITH REFINED INTERACTION OF COMPRESSION REINFORCEMENT AND CONCRETE

The article describes the method of reliability analysis of a reinforced concrete beam at the operation stage on the basis of refined calculation of its bending strength. Refined calculation method is the use of plane cross-sections hypothesis and the equality of relative strains (deformations) in the concrete of the compression zone and the compressed reinforcement of reinforced concrete beam. Reliability analysis is based on fuzzy set theory using the L. Zadeh principle of generalization because of the limited (incomplete) statistical information on controlled parameters in the mathematical model of limit state. A numerical example for the RC beam reliability analysis is presented.

Reliability, safety, reinforced concrete beam, plane sections hypothesis, fuzzy sets theory.