

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ИНТЕГРАЛА ФРЕНЕЛЯ-КИРХГОФА ПРИМЕНИТЕЛЬНО К ЗАДАЧАМ ОБРАБОТКИ ИЗОБРАЖЕНИЙ ДИФРАКЦИОННЫХ КАРТИН

В статье рассматривается аналитическое решение интеграла Френеля-Кирхгофа для исследования свойств дифракционных картин микроструктур, состоящих из периодически повторяющихся элементов. Целью такого анализа является определение по расположению максимумов интенсивности светового сигнала в таких дифракционных картинах геометрических параметров элементов микроструктур (размеров и расположения) с целью контроля качества состоящих из них объектов. Сопоставление аналитических выражений распределения дифракционных максимумов с результатами численного решения интеграла Френеля-Кирхгофа для моделируемых периодических структур позволяет выявить дефекты формы и размеров в задачах оперативного контроля качества изделий.

Микроизображения поверхности, контроль качества, дифракция Фраунгофера, интеграл Френеля-Кирхгофа.

Введение

Применительно к задачам оценки качества материалов и изделий из них является важным определение геометрических параметров микроструктур, из которых состоят исследуемые объекты [10, 7]. Одним из самых перспективных является метод неразрушающего оптического контроля [8, 9]. Так как размеры элементов таких микроструктур сопоставимы с длиной волны оптического, инфракрасного или ультрафиолетового излучения [3], то определение геометрических параметров может осуществляться по изображениям дифракционных картин, получаемых при освещении исходных объектов.

Основная часть

При обработке цифровых изображений периодических структур изображение дифракционной картины может быть получено численным решением интеграла Френеля-Кирхгофа [4]. Актуальной является задача определения истинных геометрических размеров элементов исследуемых периодических структур по расположению максимумов интенсивности светового сигнала в изображении дифракционной картины. Частично на основе эмпирических данных и численных экспериментов эта задача решена в [6,5,12].

Комплексная амплитуда светового сигнала в дифракционной картине, получаемой при освещении объекта с периодической структурой строения лучом монохромного света на достаточно удалённом от объ-

екта экране (дифракция Фраунгофера), описывается интегралом Френеля-Кирхгофа [1]:

$$U(x, y) = C \iint_{\sigma} \exp\left(-i \frac{2\pi}{\lambda} \frac{x\xi + y\eta}{L}\right) d\xi d\eta, \quad (1)$$

где x и y – координаты точки наблюдения в системе координат экрана, ξ и η – координата точки внутри пропускающего свет отверстия объекта в системе координат объекта, λ – длина волны монохроматического света, проходящего сквозь объект, L – расстояние от объекта до экрана, на котором проецируется дифракционная картина ($L \gg x \lambda L \gg y$), C – некоторая константа, σ – общая поверхность отверстий, пропускающих свет, i – мнимая единица ($i = \sqrt{-1}$).

В случае неравномерного освещения и пропуска света образцом материала для описания этой неравномерности в подынтегральное выражение может быть введена функция $u(\xi, \eta)$, описывающая эту неравномерность комплексной амплитуды в плоскости освещаемого образца [13]:

$$U(x, y) = C \iint_{\sigma} u(\xi, \eta) \exp\left[-i \frac{2\pi}{\lambda L} (x\xi + y\eta)\right] d\xi d\eta. \quad (2)$$

Интегрирование осуществляется по всей поверхности объекта, освещенного лучом монохромного света. Рассмотрим дифракцию Фраунгофера на простейшем объекте – прямоугольном отверстии в бесконечной непрозрачной пластине бесконечно малой толщины (рис. 1).

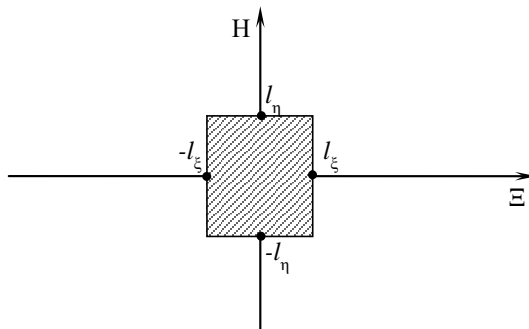


Рис. 1. Пропускающее свет отверстие (заштриховано) для получения дифракционной картины в приближении Фраунгофера

Отверстие находится в центре непрозрачного экрана и имеет размеры $2l_\xi$ по горизонтали и $2l_\eta$ по вертикали. В рамках решаемой задачи интерес представляет не абсолютное значение амплитуды светового сигнала в каждой точке, а распределение относительных значений, координаты максимумов и минимумов функции. Поэтому функцию $u(\xi, \eta)$ для отверстия можно задать следующим образом:

$$u(\xi, \eta) = \begin{cases} 1 & \xi \in [-l_\xi; l_\xi] \wedge \eta \in [-l_\eta; l_\eta] \\ 0 & \xi \notin [-l_\xi; l_\xi] \vee \eta \notin [-l_\eta; l_\eta] \end{cases}, \quad (3)$$

где ξ и η – координаты точек в плоскости отверстия вдоль осей Ξ и H соответственно.

Подставим (3) в (2) и выполним интегрирование.

$$U(x, y) = C \int_{-l_\xi}^{l_\xi} \int_{-l_\eta}^{l_\eta} u(\xi, \eta) \exp[-i \frac{2\pi}{\lambda L} (x\xi + y\eta)] d\xi d\eta. \quad (4)$$

Выполним замену:

$$\frac{2\pi}{\lambda L} = \gamma, \quad (5)$$

где γ вводится для упрощения оперирования формулами. После замены интеграл (4) примет вид:

$$U(x, y) = C \int_{-l_\xi}^{l_\xi} \int_{-l_\eta}^{l_\eta} u(\xi, \eta) \exp[-i\gamma(x\xi + y\eta)] d\xi d\eta. \quad (6)$$

Выполним интегрирование по переменной ξ :

$$U_\xi = C \frac{\exp[-i\gamma y \eta] \exp[-i\gamma x \xi]}{-i\gamma x} \Big|_{-l_\xi}^{l_\xi} = \\ = C \frac{i \exp[-i\gamma y \eta]}{\gamma x} (\exp[-i\gamma x l_\xi] - \exp[i\gamma x l_\xi]) \quad (7)$$

В (7) числитель и знаменатель домножаем на i ($i^2 = -1$).

Используя формулу Эйлера, получим:

$$\exp[-i\gamma x l_\xi] - \exp[i\gamma x l_\xi] = -2i \sin \gamma x l_\xi. \quad (8)$$

Подставив (8) в (7), получаем:

$$U_\xi = C \frac{i \exp[-i\gamma y \eta]}{\gamma x} (-2i \sin \gamma x l_\xi) = 2C \frac{\exp[-i\gamma y \eta]}{\gamma x} \sin \gamma x l_\xi. \quad (9)$$

Теперь выполним интегрирование по переменной η для (9):

$$U_{\xi\eta} = 2C \frac{\sin \gamma x l_\xi}{\gamma x} \left(-\frac{\exp[-i\gamma y \eta]}{i\gamma y} \right) \Big|_{-l_\eta}^{l_\eta} = \\ = -2C \frac{\sin \gamma x l_\xi}{i\gamma^2 x y} (\exp[-i\gamma y l_\eta] - \exp[i\gamma y l_\eta]) \quad (10)$$

Используя формулу Эйлера, получим:

$$\exp[-i\gamma y l_\eta] - \exp[i\gamma y l_\eta] = -2i \sin \gamma y l_\eta. \quad (11)$$

Подставим (11) в (10). В результате решение интеграла (6) для прямоугольного отверстия в центре непрозрачного экрана с учетом замены (5):

$$U(x, y) = 4Cl_\xi l_\eta \text{SINC}\left(\frac{2l_\xi x}{\lambda L}\right) \text{SINC}\left(\frac{2l_\eta y}{\lambda L}\right), \quad (12)$$

где $\text{SINC}(X) = \frac{\sin \pi X}{\pi X}$.

Интенсивность света в каждой точке дифракционной картины может быть рассчитана по формуле [1]:

$$I(x, y) = U(x, y)U^*(x, y) = \text{Re}^2(U) + \text{Im}^2(U), \quad (13)$$

где U^* – величина, комплексно сопряженная с U . Тогда интенсивность света на экране с дифракционной картиной от прямоугольного отверстия:

$$I(x, y) = 16C^2 l_\xi^2 l_\eta^2 \text{SINC}^2\left(\frac{2l_\xi x}{\lambda L}\right) \text{SINC}^2\left(\frac{2l_\eta y}{\lambda L}\right). \quad (14)$$

Это выражение с точностью до константы C совпадает с полученным в [2] выражением для дифракционной картины от прямоугольного отверстия:

$$I(x, y) = \frac{l_x^2 l_y^2}{\lambda^2 L^2} \text{SINC}^2\left(\frac{l_x x}{\lambda L}\right) \text{SINC}^2\left(\frac{l_y y}{\lambda L}\right), \quad (15)$$

где соотношение размеров отверстия здесь и в [2]:

$$l_x = 2l_\xi; l_y = 2l_\eta. \quad (16)$$

Возьмём интеграл (2) для двух одинаковых прямоугольных отверстий в непрозрачном экране, одно из которых смещено по отношению к другому по горизонтали и вертикали (рис. 2).

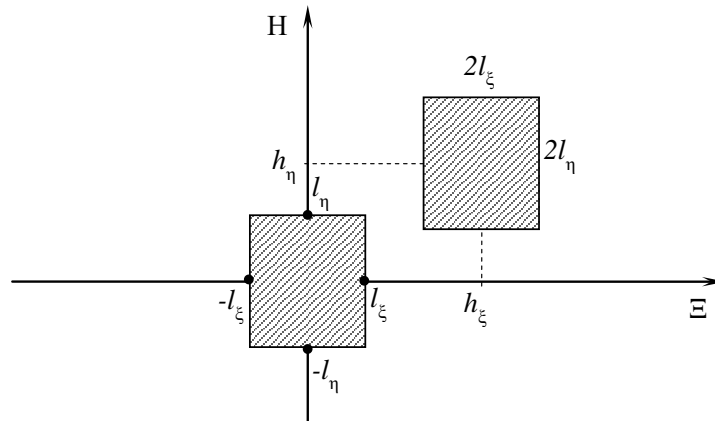


Рис. 2. Одно из отверстий смещено относительно другого по горизонтали и вертикали

Значение функции амплитуды светового сигнала u в плоскости отверстий:

$$u(\xi, \eta) = u_0(\xi, \eta) + u_1(\xi, \eta), \quad (17)$$

где по аналогии с (3):

$$u_0(\xi, \eta) = \begin{cases} 1 & | \xi \in [-l_\xi; l_\xi] \wedge \eta \in [-l_\eta; l_\eta] \\ 0 & | \xi \notin [-l_\xi; l_\xi] \vee \eta \notin [-l_\eta; l_\eta] \end{cases}, \quad (18)$$

$$u_1(\xi, \eta) = \begin{cases} 1 & | \xi \in [h_\xi - l_\xi; h_\xi + l_\xi] \wedge \eta \in [h_\eta - l_\eta; h_\eta + l_\eta] \\ 0 & | \xi \notin [h_\xi - l_\xi; h_\xi + l_\xi] \vee \eta \notin [h_\eta - l_\eta; h_\eta + l_\eta] \end{cases}. \quad (19)$$

Тогда интеграл (2) можно записать в виде:

$$\begin{aligned} U(x, y) &= C \int_{-l_\xi}^{l_\xi+h_\xi} \int_{-l_\eta}^{l_\eta+h_\eta} u(\xi, \eta) \exp[-i\gamma(x\xi + y\eta)] d\xi d\eta = \\ &= C \int_{-l_\xi}^{l_\xi} \int_{-l_\eta}^{l_\eta} u_0(\xi, \eta) \exp[-i\gamma(x\xi + y\eta)] d\xi d\eta + \\ &+ C \int_{h_\xi-l_\xi}^{l_\xi+h_\xi} \int_{h_\eta-l_\eta}^{l_\eta+h_\eta} u_1(\xi, \eta) \exp[-i\gamma(x\xi + y\eta)] d\xi d\eta = U_0 + U_1, \end{aligned} \quad (20)$$

где согласно (12):

$$U_0(x, y) = -4C \frac{\sin \gamma x l_\xi \sin \gamma y l_\eta}{\gamma^2 xy}. \quad (21)$$

По аналогии с (7) для U_1 выполним интегрирование по переменной ξ :

$$\begin{aligned} U_{1\xi} &= C \frac{\exp[-i\gamma y \eta] \exp[-i\gamma x \xi]}{-i\gamma x} \Big|_{h_\xi-l_\xi}^{h_\xi+l_\xi} = \\ &= C \frac{i \exp[-i\gamma y \eta]}{\gamma x} (\exp[-i\gamma x(h_\xi + l_\xi)] - \exp[-i\gamma x(h_\xi - l_\xi)]) \end{aligned} \quad (22)$$

Используя формулу Эйлера:

$$\begin{aligned} \exp[-i\gamma x(h_\xi + l_\xi)] - \exp[-i\gamma x(h_\xi - l_\xi)] &= \\ = -2(\sin \gamma x h_\xi \sin \gamma x l_\xi + i \cos \gamma x h_\xi \sin \gamma x l_\xi). \end{aligned} \quad (23)$$

Подставив (23) в (22), получаем:

$$U_{1\xi} = -2C \frac{i \exp[-i\gamma y \eta] \sin \gamma x l_\xi (\sin \gamma x h_\xi + i \cos \gamma x h_\xi)}{\gamma x}. \quad (24)$$

Теперь выполним интегрирование по переменной η для (24):

$$\begin{aligned} U_{1\xi\eta} &= -2C \frac{\sin \gamma x l_\xi}{\gamma x} (\sin \gamma x h_\xi + i \cos \gamma x h_\xi) \left(-\frac{\exp[-i\gamma y \eta]}{i\gamma y} \right) \Big|_{h_\eta-l_\eta}^{h_\eta+l_\eta} = \\ &= -2C \frac{\sin \gamma x l_\xi (\sin \gamma x h_\xi + i \cos \gamma x h_\xi)}{i\gamma^2 xy} (\exp[-i\gamma y(h_\eta + l_\eta)] - \exp[i\gamma y(h_\eta - l_\eta)]) \end{aligned} \quad (25)$$

Используя формулу Эйлера, по аналогии с (23) получим:

$$\begin{aligned} \exp[-i\gamma y(h_\eta + l_\eta)] - \exp[-i\gamma y(h_\eta - l_\eta)] &= \\ = -2(\sin \gamma y h_\eta \sin \gamma y l_\eta + i \cos \gamma y h_\eta \sin \gamma y l_\eta). \end{aligned} \quad (26)$$

Подставим (26) в (25):

$$U_1(x, y) = 4C \frac{\sin \gamma x l_\xi \sin \gamma y l_\eta (\sin \gamma x h_\xi + i \cos \gamma x h_\xi) (\sin \gamma y h_\eta + i \cos \gamma y h_\eta)}{\gamma^2 xy}. \quad (27)$$

Амплитуда светового сигнала в каждой точке дифракционной картины от двух отверстий, изображенных на рис. 2:

$$U(x, y) = U_0 + U_1 = -4C \frac{\sin \gamma x l_\xi \sin \gamma y l_\eta}{\gamma^2 xy} [1 - \quad (28)$$

$$- (\sin \gamma x h_\xi + i \cos \gamma x h_\xi) (\sin \gamma y h_\eta + i \cos \gamma y h_\eta)].$$

Рассмотрим дифракционную решетку, состоящую из $P+1$ прямоугольных отверстий, смещенных друг относительно друга на одинаковые расстояния по горизонтали и вертикали (рис. 3).

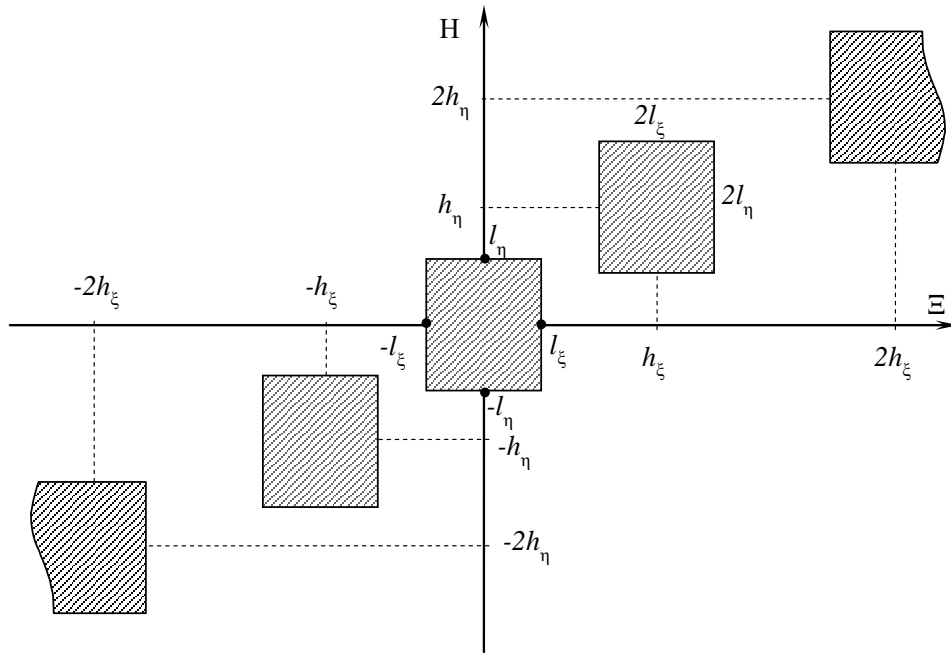


Рис. 3. Система смещенных друг относительно друга на одинаковое расстояние h_ξ по горизонтали и h_η по вертикали прямоугольных отверстий, идущих из левого нижнего угла в правый верхний

Комплексная амплитуда в дифракционной картине по аналогии с (20):

$$U_{|P|} = U_{-P/2} + U_{-P/2+1} + \dots + U_{-1} + U_0 + U_1 + \dots + U_{P/2-1} + U_{P/2} = \sum_{j=-P/2}^{P/2} U_j. \quad (29)$$

Для j -го отверстия по аналогии с (27):

$$U_j(x, y) = 4C \frac{\sin \gamma x l_\xi \sin \gamma y l_\eta (\sin \gamma x j h_\xi + i \cos \gamma x j h_\xi) (\sin \gamma y j h_\eta + i \cos \gamma y j h_\eta)}{\gamma^2 xy}, \quad (30)$$

где j -тое отверстие смещено относительно центрального на $j h_\xi$ по горизонтали и на $j h_\eta$ по вертикали, $j = -P/2, \dots, P/2$, P – целое число. При $j=0$ (30) становится равным (21).

Преобразуем (30) так, чтобы явно выделить сумму вещественной и мнимой частей комплексной амплитуды.

$$(\sin \gamma x j h_\xi + i \cos \gamma x j h_\xi) (\sin \gamma y j h_\eta + i \cos \gamma y j h_\eta) = -\cos j \gamma (x h_\xi + y h_\eta) + i \sin j \gamma (x h_\xi + y h_\eta). \quad (31)$$

Подставив (30) в (29) с учетом (31) получим формулу для определения амплитуды светового сигнала в дифракционной картине от системы отверстий (рис. 3):

$$U_{|P|}(x, y) = 4C \frac{\sin \gamma x l_\xi \sin \gamma y l_\eta}{\gamma^2 xy} \sum_{j=-P/2}^{P/2} [i \sin j \gamma (x h_\xi + y h_\eta) - \cos j \gamma (x h_\xi + y h_\eta)]. \quad (32)$$

Интенсивность светового сигнала для (32) согласно (13):

$$I_{|P|}(x, y) = 16C^2 \frac{\sin^2 \gamma x l_\xi \sin^2 \gamma y l_\eta}{\gamma^4 x^2 y^2} \left(\left[\sum_{j=-P/2}^{P/2} \sin j \gamma (x h_\xi + y h_\eta) \right]^2 + \left[\sum_{j=-P/2}^{P/2} \cos j \gamma (x h_\xi + y h_\eta) \right]^2 \right). \quad (33)$$

Произведя замену (5) и используя функцию SINC, запишем (33) как:

$$I_{|P|}(x, y) = 16C^2 l_\xi^2 l_\eta^2 \text{SINC}^2 \left(\frac{2l_\xi x}{\lambda L} \right) \text{SINC}^2 \left(\frac{2l_\eta y}{\lambda L} \right) \left(\left[\sum_{j=-P/2}^{P/2} \sin j \frac{2\pi(x h_\xi + y h_\eta)}{\lambda L} \right]^2 + \left[\sum_{j=-P/2}^{P/2} \cos j \frac{2\pi(x h_\xi + y h_\eta)}{\lambda L} \right]^2 \right). \quad (34)$$

При $h_\xi = h_\eta = 0$ выражение (34) совпадает с (14). Выражение (34) может быть использовано для оценки расположения дифракционных максимумов и соотношения относительной интенсивности этих максимумов и геометрических параметров системы отверстий (рис. 3): l_ξ , l_η , h_ξ и h_η , а также влияния порядка длины волны λ , расстояния до экрана L и размеров отверстий на вид дифракционной картины.

С учётом симметричности функций синус и косинус:

$$\begin{aligned} \sin \left[-j \frac{2\pi(x h_\xi + y h_\eta)}{\lambda L} \right] &= -\sin j \frac{2\pi(x h_\xi + y h_\eta)}{\lambda L}; \\ \cos \left[-j \frac{2\pi(x h_\xi + y h_\eta)}{\lambda L} \right] &= \cos j \frac{2\pi(x h_\xi + y h_\eta)}{\lambda L}. \end{aligned} \quad (35)$$

Используя (35), можем упростить (34) при условии симметричности расположения отверстий (рис. 3) и одинаковости их размеров:

$$I_{|P|}(x, y) = 16C^2 l_\xi^2 l_\eta^2 \text{SINC}^2 \left(\frac{2l_\xi x}{\lambda L} \right) \text{SINC}^2 \left(\frac{2l_\eta y}{\lambda L} \right) \left[1 + 2 \sum_{j=1}^{P/2} \cos j \frac{2\pi(x h_\xi + y h_\eta)}{\lambda L} \right]^2. \quad (36)$$

Проанализируем функцию (36). Её можно представить как произведение константы $16C^2 l_\xi^2 l_\eta^2$ и трёх гармонических функций:

$$I_{|P|}(x, y) = \text{const} * f_1(x) * f_2(y) * f_3(x, y). \quad (37)$$

Функции f_1 и f_2 являются квадратами функции SINC по переменным x и y соответственно. Максимальное значение каждой из этих функций равно единице и минимальное равно нулю.

$$f_1(X) = \text{SINC}^2(X) = \frac{\sin^2 \pi X}{\pi^2 X^2}, \quad (38)$$

где

$$X = \frac{2l_\xi x}{\lambda L}. \quad (39)$$

Значение функции (38) равно нулю при $\sin \pi X = 0$, за исключением $X=0$. Экстремумы функции (38) определим из уравнения:

$$\frac{df_1}{dX} = 0. \quad (40)$$

Производная функции f_1 по переменной X равна:

$$\frac{df_1}{dX} = \left(\frac{\sin^2 \pi X}{\pi^2 X^2} \right)' = \frac{2\pi \sin \pi X \cos \pi X}{\pi^2 X^2} - 2 \sin^2 \pi X \frac{X^{-3}}{\pi^2}. \quad (41)$$

Подставив (41) в (40), получим уравнение:

$$\frac{2\pi \sin \pi X \cos \pi X}{\pi^2 X^2} = \frac{2 \sin^2 \pi X}{\pi^2 X^3}. \quad (42)$$

Экстремум при $X=0$ очевиден – это абсолютный максимум функции f_1 . При $X \neq 0$ уравнение (42) может быть переписано в виде:

$$\sin \pi X (\pi X \cos \pi X - \sin \pi X) = 0. \quad (43)$$

Уравнение (43) имеет два решения:

$$\sin \pi X = 0 \Rightarrow X = 1, 2, 3, \dots; \quad (44)$$

$$\tan \pi X = \pi X \Rightarrow X \approx 1.43, 2.46, 3.47, \dots \quad (45)$$

Решения (44) соответствуют минимумам функции f_1 . Решения (45) приближительные (здесь приведены с точностью до двух знаков после десятичной точки) и соответствуют максимумам функции f_1 . Для (44) также решениями являются $X = -1, -2, -3, \dots$, а для (45) $X \approx -1.43, -2.46, -3.47, \dots$

Подставив (39) в решения (44) и (45) получим:

$$x_p^* = \frac{\lambda L}{2l_\xi} p, \quad (46)$$

где p – целое число от $-\infty$ до $+\infty$ (условие минимумов) и

$$x_q^* = \frac{\lambda L}{2l_\xi} q, \quad (47)$$

где q – приближенное решение (45) (условие максимумов). С удалением от центрального максимума локальные максимумы располагаются всё ближе к цен-

тру отрезков между двумя соседними минимумами функции f_1 .

Всё вышесказанное для функции f_1 справедливо и для функции $f_2(y)$

$$f_2(y) = \text{SINC}^2\left(\frac{2l_\eta y}{\lambda L}\right). \quad (48)$$

Условие минимумов функции f_2 :

$$y_p^* = \frac{\lambda L}{2l_\eta} p, \quad (49)$$

где p – целое число от $-\infty$ до $+\infty$.

Условие максимумов:

$$y_q^* = \frac{\lambda L}{2l_\eta} q, \quad (50)$$

где q – приближенное решение (45). С удалением от центрального максимума локальные максимумы располагаются всё ближе к центру отрезков между двумя соседними минимумами функции f_2 .

Функции f_1 и f_2 дают независимые линейные комбинации дифракционных максимумов вдоль осей координат x и y соответственно. При этом на периодичность данных функций влияют горизонтальный размер отверстия l_ξ (для $f_1(x)$) и вертикальный размер l_η (для $f_2(y)$), но не шаг между отверстиями. Чем больше размер отверстия вдоль соответствующей оси, тем чаще расположены дифракционные максимумы вдоль этой оси.

Функция f_3 :

$$f_3(x, y) = \left[1 + 2 \sum_{j=1}^{P/2} \cos j \frac{2\pi(xh_\xi + yh_\eta)}{\lambda L}\right]^2 \quad (51)$$

может достигать минимального значения 0 и максимального значения $(P+1)^2$, где $P+1$ есть количество пропускающих свет отверстий. Максимальное значение функции достигается, когда

$$\cos j \frac{2\pi(xh_\xi + yh_\eta)}{\lambda L} \equiv 1 \quad (52)$$

при любых целых положительных j . Тождество (52) выполняется при

$$\frac{2\pi(xh_\xi + yh_\eta)}{\lambda L} = 2\pi k, \quad (53)$$

где $k = -\infty, \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, \infty$.

Введём замену переменных:

$$\tilde{x} = \frac{x}{\lambda L}; \tilde{y} = \frac{y}{\lambda L}, \quad (54)$$

Решения уравнений (47) и (50) достигаются при $q \approx \pm(3/2, 5/2, 7/2, \dots)$. Тогда для уравнения (53) справедливо соотношение:

$$\tilde{x}_{\max}^* h_\xi + \tilde{y}_{\max}^* h_\eta = k, \quad (55)$$

где

$$\tilde{x}_{\max}^* = \frac{q}{2l_\xi}; \tilde{y}_{\max}^* = \frac{q}{2l_\eta}; q = k + 1. \quad (56)$$

Используя (56), получаем условия одновременного максимума всех трёх функций f_1, f_2 и f_3 (37):

$$\begin{cases} \tilde{x}_{\max}^* = \frac{2k+1}{4l_\xi}; \tilde{y}_{\max}^* = \frac{2k+1}{4l_\eta} \\ \tilde{x}_{\max}^* h_\xi + \tilde{y}_{\max}^* h_\eta = k \end{cases}. \quad (57)$$

Полученные аналитические выражения для функций распределения максимумов интенсивности подтверждают ранее полученные экспериментальным путём и в результате численных экспериментов данные, описывающие изображения дифракционных картин объектов спиралевидной формы (крученые нити, витки катушек индуктивности, профили резьбы винтовых соединений и пр.). Таким образом, в частности, верен предложенный в патенте [11] метод определения величины крутки по дифракционной картине изображения текстильной нити.

Заключение

Приведенные аналитические выражения (36) и (51) позволяют выявлять одиночные дефекты структуры материала как разницу между рассчитанными с их помощью значениями интенсивности светового сигнала и полученными в результате моделирования дифракционной картины для изображения объекта (нить, катушка, резьба и пр.), содержащего дефектный элемент.

Предлагаемый подход аналитического моделирования распределения интенсивности светового сигнала с использованием упрощенной модели изображения объекта с периодической микроструктурой может быть распространён на объекты с другими формами периодических элементов (канавки, решетки, сетки, концентрические переплетения и пр.), что позволяет повысить точность определения дефектов изготовления.

Литература

1. Борн, М. Основы оптики / М. Борн. – Москва: Наука, 1973. – 720 с.
2. Гудмен, Дж. У. Введение в Фурье-оптику / Дж. У. Гудмен. – Москва: Мир, 1970. – 364 с.
3. Кофнов, О. В. Модель и алгоритмы измерения геометрических параметров структур текстильных материалов / О. В. Кофнов // Труды СПИИРАН. – 2015. – Вып. 5 (42). – С. 90–111.
4. Кофнов, О. В. Система компьютерного моделирования дифракции для измерения геометрических параметров структуры текстильных материалов / О. В. Кофнов // Вестник Санкт-Петербург. гос. ун-та технологии и дизайна. Серия 1: Естественные и технические науки. – 2014. – № 2. – С. 38–45.
5. Кофнов, О. В. Измерение угла кручения нити по её компьютерному изображению / О. В. Кофнов, П. Г. Шляхтенко // Химические волокна. – 2013. – № 5. – С. 57–61.
6. Кофнов, О. В. Использование двойного Фурье-преобразования для контроля параметров геометрической структуры текстильных материалов / О. В. Кофнов, П. Г. Шляхтенко, А. Е. Рудин // Известия вузов. Технология легкой промышленности. – 2013. – № 3. – С. 23–26.
7. Лебедев, Е. Л. Основы метрологии: учеб. пособие / Е. Л. Лебедев. – Санкт-Петербург: ВКА им. А. Ф. Можайского, 2007. – 115 с.
8. Неразрушающий контроль и диагностика: справочник / В. В. Клюев, Ф. Р. Соснин, А. В. Ковалев и др.; под ред. В. В. Клюева. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва: Машиностроение, 2003. – 656 с.

9. Петров, Н. И. Неразрушающий контроль качества производства и испытания технологического оборудования комплексов: учеб. пособие / Н. И. Петров, Д. В. Садин. – Санкт-Петербург: ВКА им. А. Ф. Можайского, 2005. – 60 с.

10. Шляхтенко, П. Г. Оптические методы контроля параметров волоконсодержащих материалов. Контроль структуры текстильных материалов / П. Г. Шляхтенко. – Saarbrücken: LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co. KG, 2012. – 347 с.

11. Пат. 2534720 РФ, МПК G01N 21/828, G01B 11/26. Способ определения угла крутки нити / П. Г. Шляхтенко,

О. В. Кофнов; патентообладатель Санкт-Петербург. гос. ун-т технологии и дизайна. – № 2013119356/28; заявл. 25.04.2013; опубл. 10.12.2014. – 2014. – Бюл. № 34.

12. Шляхтенко, П. Г. Метод определения перекоса уточной нити в ткани / П. Г. Шляхтенко, О. В. Кофнов, П. А. Сухарев // Оптический журнал. – 2014. – Т. 82, № 2. – С. 76–79.

13. Шляхтенко, П. Г. Компьютерный анализ моделей оптических изображений полотняных переплетений / П. Г. Шляхтенко, В. П. Нефедов, С. Н. Шкуропат // Оптический журнал. – 2007. – Т. 4, № 7. – С. 47–50.

O.V. Kofnov, E.L. Lebedev , A.V. Mikhailenko

ANALYSIS OF THE FRESNEL-KIRCHHOFF INTEGRAL SOLUTION FOR DIFFRACTION PATTERNS IMAGES PROCESSING

The analytic solution of the Fresnel-Kirchhoff integral is considered in the paper to study the properties of diffraction patterns of microstructures consisting of periodically repeating elements. The purpose of the analysis is a determination of the intensity of the light signal in diffraction patterns connected with geometric parameters of the elements of microstructures (sizes and locations) in order to control the quality of the objects consisting of them. Comparison of analytical expressions of the distribution of diffraction maxima with the results of a numerical solution of the Fresnel-Kirchhoff integral for simulated periodic structures makes it possible to reveal defects of shape and size in the case of operational quality control of products.

Microimages of surface, quality control, Fraunhofer diffraction, Fresnel-Kirchhoff integral.