

А.А. Аваев
Череповецкий государственный университет
Ю.Р. Осипов
Вологодский государственный университет

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НЕСТАЦИОНАРНОГО ТЕПЛОПЕРЕНОСА В ПРОЦЕССЕ ВУЛКАНИЗАЦИИ ЭЛАСТОМЕРНОГО ПОКРЫТИЯ

Представлена попытка создать математическую модель нестационарного теплопереноса в эластомерном покрытии на ткани в процессе его контактной термической вулканизации. Предлагаемая математическая модель основана на двухмерном уравнении теплопроводности. Целью моделирования является улучшение организации процесса термической вулканизации.

Математическая модель, нестационарный теплоперенос, эластомерное покрытие на ткани, контактная термическая вулканизация, двухмерное уравнение теплопроводности.

Эластомерные покрытия на тканевой основе широко используются в технике и в быту. Нанесенный на тканевую основу слой эластомера подвергается процессу вулканизации, наиболее распространенным вариантом которой является термическая вулканизация [3]. Для этого используют аппараты различных принципов действия, одним из которых является принцип контактного теплового воздействия, суть его состоит в следующем: часть рулона ткани с нанесенным на нее слоем невулканизированного эластомера зажимается между двумя нагретыми пластинами, слой эластомера прогревается, происходит процесс его вулканизации, пластины раздвигаются, ткань протягивается вперед, после чего процесс повторяется для следующего участка ткани и т.д. При этом весьма актуальным является изучение теплопереноса в зоне

контакта уже вулканизированной части покрытия с его частью, еще не подвергшейся вулканизации.

Экспериментальное исследование данного процесса ввиду малой толщины слоя эластомера, составляющей зачастую доли миллиметра, является весьма затруднительным, при этом на первое место выходят методы математического моделирования, которые при известных теплофизических свойствах являются достаточно эффективными и точными.

На рис. 1 схематично показаны все возможные ситуации, которые могут возникнуть в зоне контакта подвергающейся тепловому воздействию части эластомерного покрытия (светлая зона) с той его частью, которая уже прошла этапы нагрева и вулканизации и в данный момент остывает в режиме свободной конвекции (темная зона).

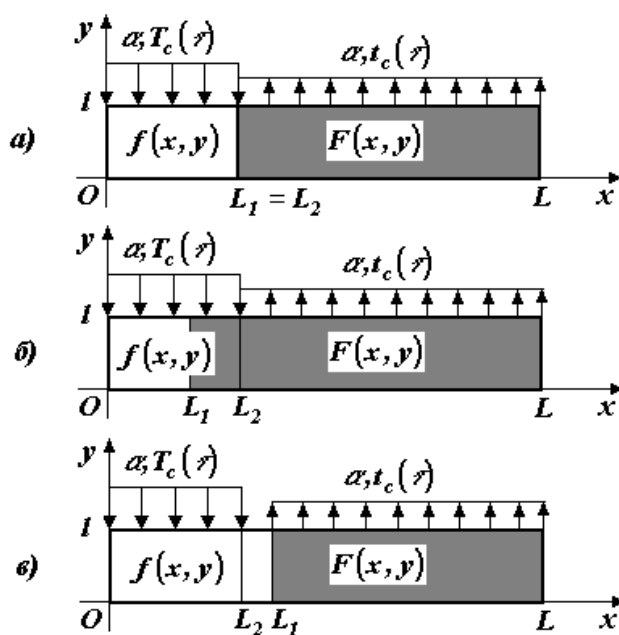


Рис. 1. Принципиальная схема возможных ситуаций в процессе термической вулканизации

На рис. 1 (а) представлен идеальный случай, когда отсутствует зазор между «светлой» и «темной» зонами; на рис. 1 (б) имеет место пересечение зон на интервале $[L_1; L_2]$; на рис. 1 (в) зазор между зонами соответствует интервалу $[L_2; L_1]$.

Для исследования того, что происходит в каждом из указанных случаев использовано двухмерное линейное уравнение теплопроводности [2]:

$$\frac{\partial t(x, y, \tau)}{\partial \tau} = a \left[\frac{\partial^2 t(x, y, \tau)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t(x, y, \tau)}{\partial y^2} \right] + W(x, y, \tau), \quad (1)$$

$$(0 \leq x < L; -l \leq y \leq l; 0 < \tau < +\infty)$$

где $t(x, y, \tau)$ – температура в точке с координатами X, Y системы, т.е. ткани с нанесенным на нее слоем эластомера, °C, в момент времени τ , с; a – коэффициент температуропроводности, м²/с; $W(x, y, \tau)$ – приведенная удельная мощность источника (стока) тепла, которое выделяется в процессе вулканизации эластомера, °C/с.

Для решения уравнения (1) использованы следующие краевые условия [1]:

$$t(x, y, \tau) = f^*(x, y) = \begin{cases} f(x, y); 0 \leq x \leq L_1; \\ F(x, y); L_1 < x \leq L; \end{cases} \quad (2)$$

$$\frac{\partial t(0, y, \tau)}{\partial x} = 0; \quad (3)$$

$$t(x, y, \tau) = \frac{T(0, y, \tau)}{L} + \frac{2}{L} \sum_{m=1}^{\infty} T(m, y, \tau) \cos\left(\frac{m\pi y}{L}\right), \quad (7)$$

где

$$T(0, y, \tau) = t^*_c(x, \tau) +$$

$$+ 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{p(0, v_n, \tau)}{l} - \frac{(-1)^{n+1} Bi \cdot t^*_c(x, \tau)}{v_n \cdot \sqrt{v_n^2 + Bi^2}} \right] \frac{v_n^2 + Bi^2}{v_n^2 + Bi^2 + Bi} \cos\left(v_n \frac{y}{l}\right);$$

$$t^*_c(x, \tau) = \begin{cases} T_c(\tau) \cdot L_2; 0 \leq x \leq L_2; \\ t_c(\tau) \cdot (L - L_2); L_2 < x \leq L; \end{cases}$$

$$p(0, y, \tau) = \int_0^{\tau} B(0, v_n, \omega) \cdot \exp(-A(0, v_n) \cdot (\tau - \omega)) d\omega + C(0, v_n) \cdot \exp(-A(0, v_n) \cdot \tau);$$

$$A(0, \tau) = a \left(\frac{v_n}{l} \right)^2;$$

$$B(0, v_n, \tau) = \frac{aBi}{l} t^*_c(x, \tau) + \int_0^L dx \int_0^l W(x, y, \tau) \cos\left(v_n \frac{y}{l}\right) dy;$$

$$C(0, v_n) = \int_0^L f^*(x, y) dx \int_0^l \cos\left(v_n \frac{y}{l}\right) dy;$$

$$\frac{\partial t(L, y, \tau)}{\partial x} = 0; \quad (4)$$

$$\frac{\partial t(x, l, \tau)}{\partial y} = -\frac{\alpha}{\lambda} \left[t(x, y, \tau) - \begin{cases} T_c(\tau); 0 \leq x \leq L_2; \\ t_c(\tau); L_2 < x \leq L; \end{cases} \right]; \quad (5)$$

$$\frac{\partial t(x, 0, \tau)}{\partial y} = 0; \quad (6)$$

где α – коэффициент теплоотдачи от внешней среды, в данном случае – от воздуха в цехе вулканизации, в условии свободной конвекции, Вт/(м² °C); λ – коэффициент теплопроводности системы, Вт/(м °C).

Условие (2) является начальным, условия (3)-(4) соответствуют отсутствию переноса тепла через поверхности $x = 0$ и $x = L$. Условие (5) отвечает одновременно и граничному условию II рода, соответствующему интервалу $[0; L_2]$, и граничному условию III рода, соответствующему интервалу $[0; L_2]$. При этом на интервале $[0; L_2]$ к поверхности $y = l$ по сути подводится поток удельной мощности $q(\tau) = \alpha T_c / \lambda$. Условие (6) означает отсутствие переноса тепла через поверхность $y = 0$.

Решение уравнения (1) при краевых условиях (2)-(6) получено с помощью конечных интегральных преобразований с последующим улучшением сходимости рядов Фурье и может быть представлено в следующем виде:

$$T(m, y, \tau) = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{p(m, v_n, \tau)}{l} \cdot \frac{v_n^2 + Bi^2}{v_n^2 + Bi^2 + Bi} \cos\left(v_n \frac{y}{l}\right) dy;$$

$$p(m, v_n, \tau) = \int_0^{\tau} B(m, v_n, \tau) \cdot \exp(-A(m, v_n) \cdot (\tau - \omega)) d\omega + C(m, v_n) \cdot \exp(-A(m, v_n) \cdot \tau);$$

$$A(m, v_n) = a \left[\left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 + \left(\frac{v_n}{l} \right)^2 \right];$$

$$B(m, v_n, \tau) = \int_0^L \cos\left(\frac{m\pi x}{L}\right) dx \int_0^l W(x, y, \tau) \cos\left(v_n \frac{y}{l}\right) dy;$$

$$C(m, v_n) = \int_0^L f^*(x, y) \cos\left(\frac{m\pi x}{L}\right) dx \int_0^l \cos\left(v_n \frac{y}{l}\right) dy;$$

ω — переменная интегрирования; $v_n > 0 (n=1, 2, \dots)$ — корни характеристического уравнения $tg v = Bi/v$; $Bi = \alpha l / \lambda$ — критерий Био.

В решении (7) $t_c(\tau)$ является температурой воздуха в цехе и в частных случаях может рассматриваться как постоянная и не зависящая от времени величина. Функция времени $T_c(\tau)$ в совокупности со значениями величин α и λ должна обеспечивать необходимую удельную мощность потока тепла $q(\tau)$, подводимого к вулканизируемому эластомеру.

Расчеты в соответствии с решением (7) проводились для эластомера марки 533 при следующих параметрах:

$$\alpha = 10 \text{ Вт}/(\text{м}^2\text{°C}); l = 0,001 \text{ м}; L = 0,005 \text{ м};$$

$$q(y, \tau) = 5 \cdot 10^3 \text{ Вт}/\text{м}^2; t_c(\tau) = 25 \text{ °C};$$

$$T_c(\tau) = 400 \text{ °C}; f(x, y) = 30 \text{ °C};$$

$$F(x, y) = 200 \text{ °C}; \tau = 30 \text{ с}.$$

На рис. 2-4 соответственно представлены результаты расчетов, отвечающие схемам а), б), в) (рис. 1).

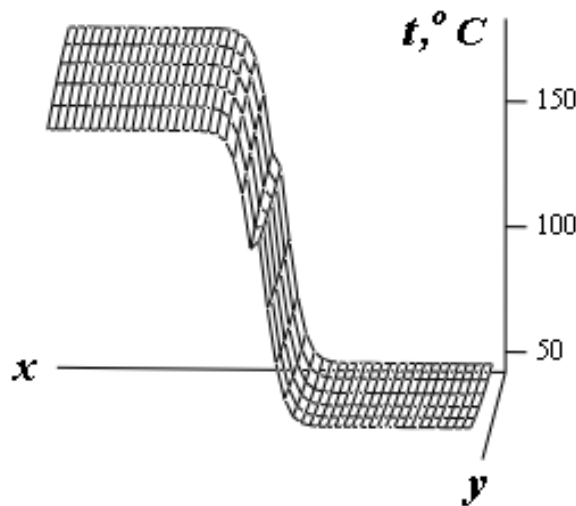


Рис. 2. Результаты расчетов в соответствии с решением (7)
($L_1 = L_2 = 0,02 \text{ м}$)

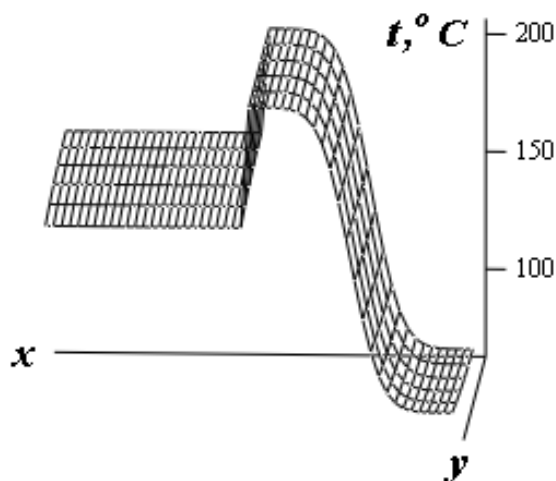


Рис. 3. Результаты расчетов в соответствии с решением (7)
($L_1 = 0,01$ м, $L_2 = 0,02$ м)

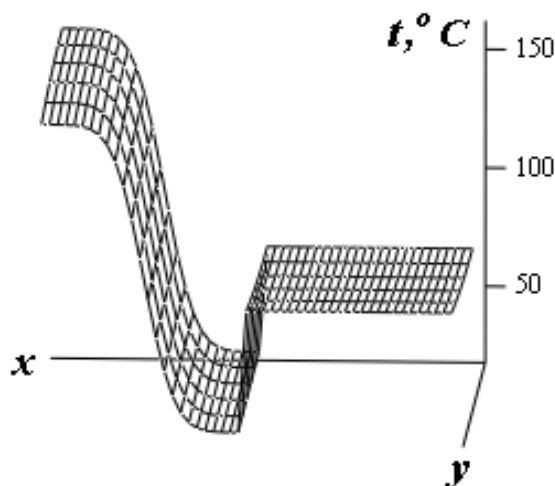


Рис. 4. Результаты расчетов в соответствии с решением (7)
($L_1 = 0,03$ м, $L_2 = 0,02$ м)

Как следует из рис. 3, часть эластомера, соответствующая интервалу $[L_1; L_2]$, нагревается заметно сильнее, чем та его часть, которая соответствует интервалу $(0; L_1]$. Это происходит за счет того, что на интервале $[L_1; L_2]$ еще не остывший эластомер повторно подвергается воздействию теплового потока удельной мощности $q(\tau)$. На интервале $[L_2; L_1]$ (рис. 4) эластомер вообще не подвергается активному тепловому воздействию. Обе ситуации, приведенные на рис. 1 и рис. 2, ведут к появлению брака готовой продукции.

Избежать подобных ситуаций можно двумя способами:

1) исключить за счет повышения точности перемещения ткани с нанесенным на нее слоем эластомера

появления зон, соответствующих интервалам $[L_1; L_2]$ и $[L_2; L_1]$;

2) использовать схему б), но при этом поток подводимого тепла задавать особой функцией $q^*(x, \tau)$, которая обеспечивала бы в итоге требуемый равномерный подвод тепла для всей поверхности эластомерного покрытия.

Предложенная математическая модель апробирована экспериментально и может быть рекомендована к применению в инженерной практике.

Литература

1. Аваев, А. А. Математическая модель предварительного нагрева эластомерного покрытия на тканевой основе при его вулканизации / А. А. Аваев, Ю. Р. Осипов, В. В. Павлов // Химическое и нефтегазовое машиностроение. – 2008. – № 12. – С. 10–11.

2. Карташов, Э. М. Аналитические методы в теории теплопроводности твердых тел / Э. М. Карташов. – Москва: Высшая школа, 1985. – 450 с.

3. Лукомская, А. И. Тепловые основы вулканизации резиновых изделий / А. И. Лукомская, П. Ф. Баденков, Л. М. Кеперша. – Москва: Химия, 1972. – 359 с.

A.A. Avaev, Y.R. Osipov

**MATHEMATIC MODEL OF NONSTATIONAL HEAT TRANSFER
IN THE PROCESS OF ELASTOMER COVER VULCANIZATION**

There is an attempt to create the mathematic model of the nonstational heat transfer in elastomer cover on fabric in the process of its contact thermal vulcanization. Suggested mathematic model is based on two-dimensional equation of the heat transfer. The aim of modeling is to improve the organization of thermal vulcanization process.

Mathematic model, nonstational heat transfer, elastomer cover on fabric, contact thermal vulcanization, two-dimensional equation of the heat transfer.